

ZONNEWIJZERS

Hoofdstuk 8 Praktisch gebruik van de uniforme methode voor de berekening van het schaduwpunt bij vlakke zonnewijzers.

Inhoud:

Samenvatting uit Hoofdstuk 6	blz. 8.1
Procedures om de verschillende tijd-, datum- en andere lijnen te tekenen	blz. 8.2
Lijnen voor ware of plaatselijke zonnetijd	blz. 8.3
Lijnen voor ware of plaatselijke zonnetijd met tijdvereffeningslussen voor de periode van 21 juni tot 22 december	blz. 8.3
Lijnen voor ware of plaatselijke zonnetijd met tijdvereffeningslussen voor de periode van 22 december tot 21 juni	blz. 8.3
Lijnen voor de tijd op een standaard meridiaan	blz. 8.3
Lijnen voor de tijd op een standaard meridiaan met tijdvereffeningslussen voor de periode 21 juni tot 22 dec	blz. 8.4
Lijnen voor de tijd op een standaard meridiaan met tijdvereffeningslussen voor de periode 22 dec tot 21 juni	blz. 8.4
Lijnen voor de zonsdeclinatie	blz. 8.4
Datumlijnen (maand, dag)	blz. 8.4
Lijnen voor Babylonische uren	blz. 8.5
Lijnen voor Italiaanse uren	blz. 8.6
Lijnen voor het azimut en de hoogte van de zon	blz. 8.6
Lijnen voor het azimut van de zon	blz. 8.7
Lijnen voor de hoogte van de zon	blz. 8.7
De plaats van het voetpunt van de poolstijl en de stijlverheffing	blz. 8.8
Programmadeel in Visual Studio (Visual Basic) waarmee het voetpunt van de poolstijl getekend wordt	blz. 8.8
Een equatoriale zonnewijzer op zuiderbreedte	blz. 8.9

Samenvatting uit Hoofdstuk 6

De **HoofdProcedure** bestaat uit het doorlopen van onderstaande formules, inclusief de testen voor z_1 en z_3 . Met bekende lengte g van de gnomon zijn de x en y coördinaten van het schaduwpunt van de top van de gnomon op het zonnewijzervlak te berekenen.

Coördinaten ten opzichte van de (hemel-)equator

$x_0 = \sin(P) * \cos(\text{decl})$ decl is de declinatie van de zon

$y_0 = \cos(P) * \cos(\text{decl})$ P is de plaatselijke westelijke uurhoek (LHA) van de zon

$z_0 = \sin(\text{decl})$

ZONNEWIJZERS

Coördinaten ten opzichte van de horizon zijn:

$$x_1 = x_0$$

$$y_1 = y_0 \sin(b) - z_0 \cos(b) \quad b \text{ is de geografische breedte van de zonnewijzer}$$

$$z_1 = y_0 \cos(b) + z_0 \sin(b)$$

als $z_1 < 0$ dan is de zon (onzichtbaar) onder de horizon is.

Coördinaten na rotatie om de z-as (van voet naar top, loodrecht op het horizontale vlak)

$$x_2 = x_1 \cos(d) - y_1 \sin(d) \quad d \text{ is de rotatie in het horizontale vlak}$$

$$y_2 = x_1 \sin(d) + y_1 \cos(d)$$

$$z_2 = z_1$$

Coördinaten na rotatie over een hoek i , de zenit afstand van het eindpunt van de gnomon

$$x_3 = x_2$$

$$y_3 = y_2 \cos(i) - z_2 \sin(i)$$

$$z_3 = y_2 \sin(i) + z_2 \cos(i)$$

als $z_3 < 0$ dan is de zon niet boven het zonnewijzervlak.

De coördinaten van het schaduwpunt van de top van de gnomon op het zonnewijzervlak

$$x = x_3 * g / z_3 \quad g \text{ is de lengte van de gnomon}$$

$$y = y_3 * g / z_3 \quad \text{Controleer of } x \text{ en } y \text{ binnen het zonnewijzervlak vallen}$$

Bereken dagnummer dn :

$$p = \text{int}((mnd + 9) / 12) \quad q = \text{int}(275 * mnd / 9) - 2 * p + dag - 30$$

$$\text{als schrikkeljaar } dn = q + p \text{ anders } dn = q$$

Declinatie en de tijdvereffening worden berekend met de formules van dhr. de Vries

$$L = \text{DAGNR} * 360 / 365.2422 - 80.412001 \text{ GRADEN}$$

$$\begin{aligned} \text{TIJDVEREFFENING} = & - 109.2587 * \sin(L) - 428.0240 * \cos(L) \\ & + 595.9691 * \sin(2L) - 2.1295 * \cos(2L) \\ & + 4.5072 * \sin(3L) + 19.2449 * \cos(3L) \\ & - 12.7291 * \sin(4L) \text{ SECONDEN (in tijd)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{LAMBDA} = & L + 0.4365 * \sin(L) + 1.8636 * \cos(L) \\ & - 0.0179 * \sin(2L) + 0.0089 * \cos(2L) \text{ GRADEN} \end{aligned}$$

$$\text{EPSILON} = 23.43746 \text{ GRADEN}$$

$$\text{DECLINATIE} = \text{ARCSIN}(\sin \text{ LAMBDA} * \sin \text{ EPSILON}) \text{ GRADEN}$$

Procedures om de verschillende tijd-, datum- en andere lijnen te tekenen

Om dergelijke lijnen te kunnen tekenen moeten in het programma lussen (loops) worden geprogrammeerd, bijvoorbeeld voor de uurhoek en/of voor de dagnummers.

Van 1 januari tot 21 juni (maximum declinatie) is 172 dagen en van 1 januari tot 22 december (minimale declinatie) is 355 dagen. Alle waarden van de declinatie die op een tijdslijn mogelijk zijn worden dus tussen de dagnummers 172 en 355 doorlopen.

In de hoofdprocedure komen de variabelen b , $decl$, P , d , i en g voor. Voordat de lijnen van een zonnewijzer getekend kunnen worden moet aan de variabelen die niet in de lussen voorkomen, meestal b , d , i en g , een waarde worden toegekend.

In het volgende is de tijdvereffening tv gedefinieerd als $tv = WT - MT$ dus zoals berekend wordt met de formule onderaan bladzijde 1.

ZONNEWIJZERS

Lijnen voor ware of plaatselijke zonnetijd.

Programmeer een lus van 0 tot 24 met stap 1 voor hele uren of 0,5 voor halve uren

Bereken de uurhoek $P = (\text{tijd} - 12) * 15$

Maak een lus voor de dagnummers dn van 172 tot 355

Bereken de decl voor dagnummer $(dn + 0.5)$ (de ware middag in Greenwich)

Eventueel voor dagnummer $(dn + 0.5 - \lambda/360^\circ)$ (λ is de lokale lengte, Oost positief)

Roep de hoofdprocedure aan

Als de stijlverheffing $v \neq 0$, dan is het mogelijk om de tijdlijnen te laten beginnen bij het snijpunt van de poolstijl met het zonnewijzervlak door in de geprogrammeerde lus niet de dagnummers te laten lopen, maar de declinatie van -90 tot $+90$ ($x_0 = y_0 = 0$).

Als alleen reële (rechte) uurlijnen (dus zonder rekening te houden met de tijdvereffening), tussen de maximale en de minimale declinatie, getekend moeten worden dan is de lus voor de dagnummers niet nodig en kan worden volstaan met het verbinden van de punten behorend bij de uiterste waarden van de declinatie.

Lijnen voor ware of plaatselijke zonnetijd met tijdvereffeningslussen voor de periode van 21 juni tot 22 december.

Programmeer een lus van 0 tot 24 met stap 1 voor hele uren of 0,5 voor halve uren

Maak een lus voor de dagnummers dn van 172 tot 355

Bereken de decl voor dagnummer $(dn + 0.5)$

Bereken de tijdvereffening tv voor dagnummer $(dn + 0.5)$

Bereken de uurhoek $P = (\text{tijd} - 12) * 15 + tv$

Roep de hoofdprocedure aan

Lijnen voor ware of plaatselijke zonnetijd met tijdvereffeningslussen voor de periode van 22 december tot 21 juni.

Programmeer een lus van 0 tot 24 met stap 1 voor hele uren of 0,5 voor halve uren

Maak een lus voor de dagnummers dn van 355 tot 538 (bedenk: $366 + 172 = 538$)

Als $dn > 366$ neem dan $dn = dn - 366$

Bereken de decl voor dagnummer $(dn + 0.5)$

Bereken de tijdvereffening tv voor dagnummer $(dn + 0.5)$

Bereken de uurhoek $P = (\text{tijd} - 12) * 15 + tv$

Roep de hoofdprocedure aan

Lijnen voor de tijd op een standaard meridiaan. (tijd met lengtecorrectie)

Bereken de lengte correctie $LC = L_{\text{standaard}} - L_{\text{lokaal}}$ (Oosterlengte is positief)

Programmeer een lus van 0 tot 24 met stap 1 voor hele uren of 0,5 voor halve uren

Bereken de uurhoek $P = (\text{tijd} - 12) * 15 - LC$

Maak een lus voor de dagnummers dn van 172 tot 355

Bereken de decl voor dagnummer $(dn + 0.5)$

Roep de hoofdprocedure aan

Net als bij lijnen voor plaatselijke tijd kunnen de lijnen beginnen bij het snijpunt van de poolstijl met het zonnewijzervlak (declinatie van -90 tot $+90$)

ZONNEWIJZERS

Lijnen voor de tijd op een standaard meridiaan met tijdvereffeningslussen voor de periode 21 juni tot 22 dec.

Bereken de lengte correctie $LC = L_{\text{standaard}} - L_{\text{lokaal}}$ (Oosterlengte is positief)

Programmeer een lus van 0 tot 24 met stap 1 voor hele uren of 0,5 voor halve uren

Maak een lus voor de dagnummers dn van 172 tot 355

Bereken de decl voor dagnummer $(dn + 0.5)$

Bereken de tijdvereffening tv voor dagnummer $(dn + 0.5)$

Bereken de uurhoek $P = (\text{tijd} - 12) * 15 + tv - LC$

Roep de hoofdprocedure aan

Lijnen voor de tijd op een standaard meridiaan met tijdvereffeningslussen voor de periode 22 dec tot 21 juni.

Bereken de lengte correctie $LC = L_{\text{standaard}} - L_{\text{lokaal}}$ (Oosterlengte is positief)

Programmeer een lus van 0 tot 24 met stap 1 voor hele uren of 0,5 voor halve uren

Maak een lus voor de dagnummers dn van 355 to 538

Als $dn > 366$ dan $dn = dn - 366$

Bereken de decl voor dagnummer $(dn + 0.5)$

Bereken de tijdvereffening tv voor dagnummer $(dn + 0.5)$

Bereken de uurhoek $P = (\text{tijd} - 12) * 15 + tv - LC$

Roep de hoofdprocedure aan

Lijnen voor de zonsdeclinatie

Voer de gewenste waarden voor declinaties binnen het bereik van -23.5 to +23.5 in.

Programmeer een lus van -180 tot +180 voor de uurhoek P

Roep de hoofdprocedure aan

Datumlijnen (maand, dag).

Voer maanden "mnd" en dagen "dag" in

Bereken dagnummer dn met de formules:

$p = \text{int}((\text{mnd} + 9) / 12)$ $q = \text{int}(275 * \text{mnd} / 9) - 2 * p + \text{dag} - 30$

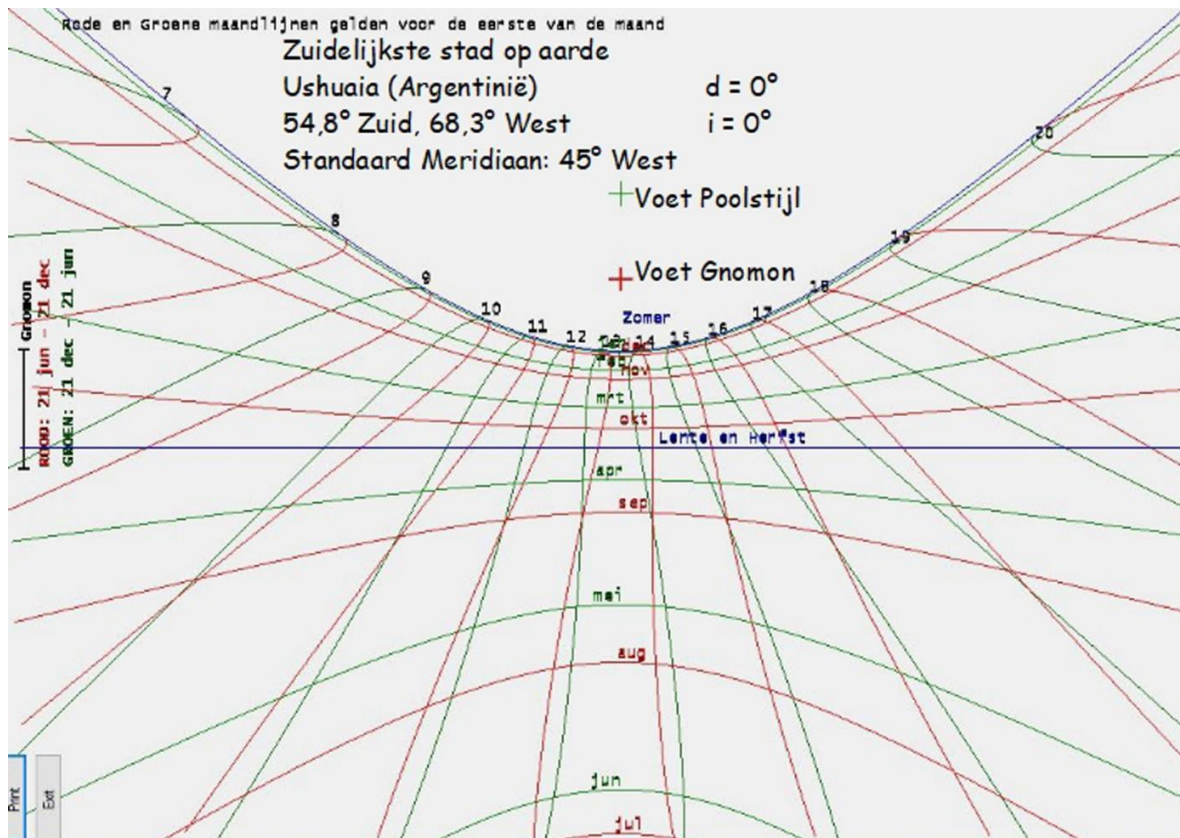
als schrikkeljaar $dn = q + p$ anders $dn = q$

Bereken decl voor dagnummer $(dn + 0.5)$

Programmeer een lus van -180 tot +180 voor de uurhoek P

Roep de hoofdprocedure aan

ZONNEWIJZERS



Voorbeeld van standaardtijd- en datumlijnen.

Bij Babylonische of Griekse uren is het nul uur bij zonsopgang. De Babylonische tijd geeft dus het aantal uren dat verstreken is sinds zonsopgang. Bij Italiaanse uren is het nul uur bij zonsondergang. De Italiaanse tijd is dus het aantal uren dat verstreken is sinds de vorige zonsondergang. De Italiaanse of Boheemse uren afgetrokken van 24 zijn de co-Italiaanse uren, het aantal uren dat nog rest tot zonsondergang. Dit soort tijdmeting was in gebruik in vroeger eeuwen, toen men werkte van zonsopgang tot zonsondergang. In Hoofdstuk 1 is op blz. 5 gevonden dat de zon "boven" de poolcirkels circumpolair boven of onder de horizon kan zijn. In dat geval gaat de zon niet meer onder of komt niet boven de horizon. Dat is de reden dat het berekenen en tekenen van Babylonische en Italiaanse uurlijnen alleen zinvol is als $|b| < 66,5^\circ$.

Het tekenen van deze uren kan met dezelfde hoofdprocedure gerealiseerd worden.

Lijnen voor Babylonische uren ($|b| < 66,5^\circ$).

Programmeer een lus van 0 tot 24 met stap 1 voor hele uren of 0,5 voor halve uren

Maak een lus voor de dagnummers dn van 172 tot 355

Bereken de decl voor dagnummer ($dn + 0.5$)

Bereken $LHA_{opkomst} = \arccos(\tan(b) \cdot \tan(d))$. (Zie Hoofdstuk 1 blz. 9)

Bereken de uurhoek $P = \text{tijd} \cdot 15 + LHA_{opkomst}$

Roep de hoofdprocedure aan

ZONNEWIJZERS

Lijnen voor Italiaanse uren ($|b| < 66,5^\circ$).

Programmeer een lus van 0 tot 24 met stap 1 voor hele uren of 0,5 voor halve uren

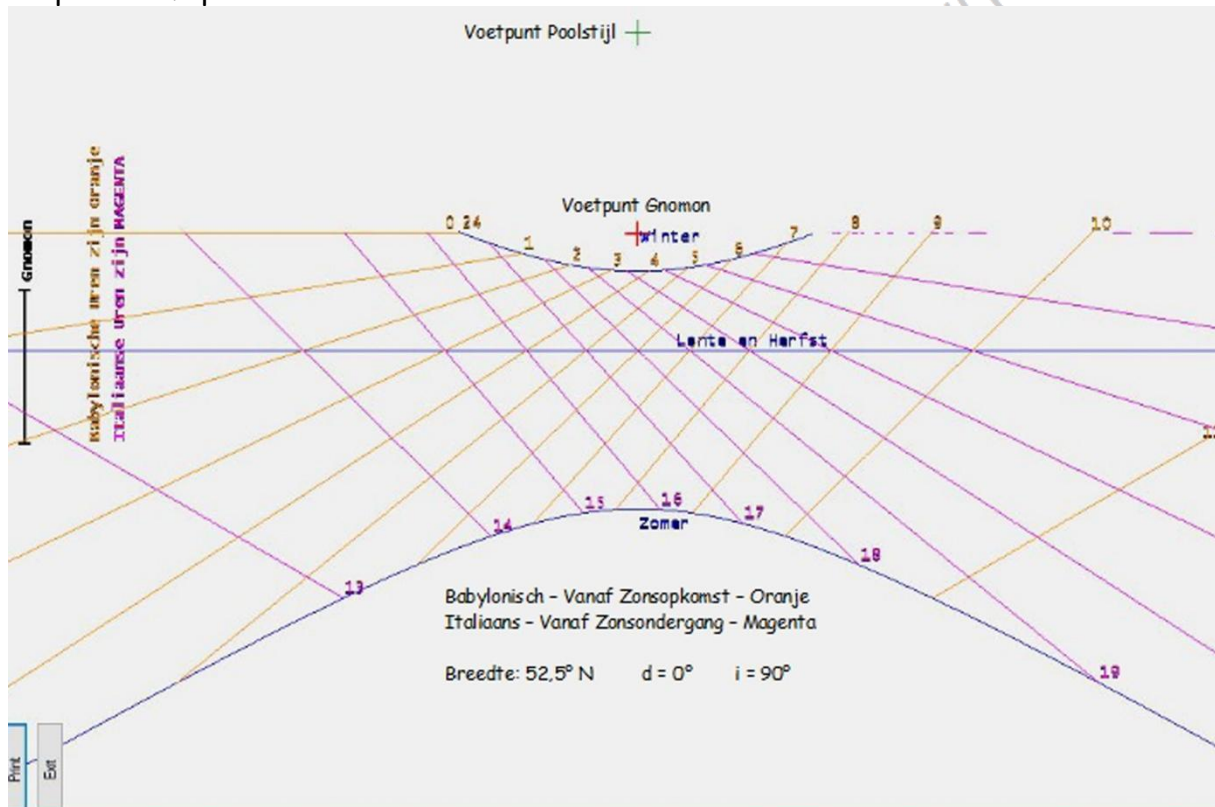
Maak een lus voor de dagnummers dn van 172 tot 355

Bereken decl voor dagnummer ($dn + 0.5$)

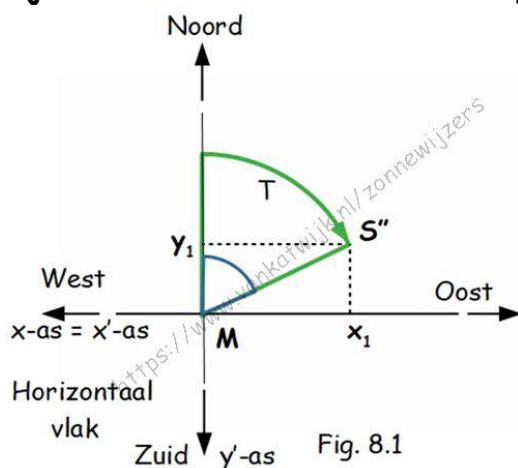
Bereken $LHA_{opkomst} = \arccos(\tan(b) \cdot \tan(d))$. (Zie Hoofdstuk 1 blz. 9)

Bereken de uurhoek $P = tijd * 15 - LHA_{opkomst}$

Roep de hoofdprocedure aan



Lijnen voor het azimut en de hoogte van de zon.



Om lijnen voor het azimut (T) en de hoogte (h) van de zon te tekenen moeten deze waarden T en h als variabelen in de formules voorkomen. T en h zijn coördinaten ten opzichte van het horizontale vlak. In dit vlak liggen de x' en y' assen, daarom wordt eerst gezocht naar de coördinaten in het x'-y'-z' assenstelsel.

$$MS'' = \cos(h)$$

$$\sin(T) = -x_1/MS'' \rightarrow x_1 = -\sin(T) \cdot \cos(h)$$

$$\cos(T) = -y_1/MS'' \rightarrow y_1 = -\cos(T) \cdot \cos(h)$$

$$\text{Op blz. 3 bij figuur 6.2 gevonden: } z_1 = \sin(h);$$

Het x'-y'-z' assenstelsel is gevonden door het oorspronkelijke x-y-z assenstelsel om de x-as over een hoek $-(90 - b)$ te draaien. Deze draaiing was, kijkend in de richting van de x-as tegen de klok, dus in de algemene rotatie matrices is dit een negatieve rotatie om de x-as. Om de in bovenstaande gevonden coördinaten in het horizontale vlak om te zetten naar coördinaten ten opzichte van het equatorvlak is de rotatie om de x-as ($=x'$ -as) daarom $(90 - b)$.

ZONNEWIJZERS

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(90-b) & \sin(90-b) \\ 0 & -\sin(90-b) & \cos(90-b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \quad \text{Waarmee: } x_0 = x_1$$
$$y_0 = y_1 \sin(b) + z_1 \cos(b)$$
$$z_0 = -y_1 \cos(b) + z_1 \sin(b)$$

Op bladzijde 2 van Hoofdstuk 6 is gevonden: $z_0 = \sin(\text{decl})$ zodat omgekeerd:
decl = arcsin(z0)

Met de gevonden formules voor x_1, y_1, z_1 , voor x_0, y_0, z_0 en voor de declinatie worden de procedures:

Lijnen voor het azimut van de zon.

Voer de gewenste waarden van het azimut T binnen het bereik van -180 tot +180 in.

Maak een lus voor de hoogte van de zon h met $0 \leq h \leq 90$

Bereken:

$$x_1 = -\sin(T) * \cos(h)$$

$$y_1 = -\cos(T) * \cos(h)$$

$$z_1 = \sin(h)$$

en

$$x_0 = x_1$$

$$y_0 = y_1 * \sin(b) + z_1 * \cos(b)$$

$$z_0 = -y_1 * \cos(b) + z_1 * \sin(b)$$

$$\text{decl} = \arcsin(z_0)$$

Als de declinatie binnen het bereik van -23.5 tot +23.5 ligt, roep dan de hoofdprocedure aan met de waarden x_1, y_1, z_1

(De eerste berekening is dus de berekening van x_2, y_2, z_2)

Lijnen voor de hoogte van de zon.

Voer de gewenste waarden van de hoogte binnen het bereik van 0 tot en met 90 in.

Maak een lus voor het azimut van de zon T, met $-180 < T \leq 180$.

Bereken:

$$x_1 = -\sin(T) * \cos(h)$$

$$y_1 = -\cos(T) * \cos(h)$$

$$z_1 = \sin(h)$$

en

$$x_0 = x_1$$

$$y_0 = y_1 * \sin(b) + z_1 * \cos(b)$$

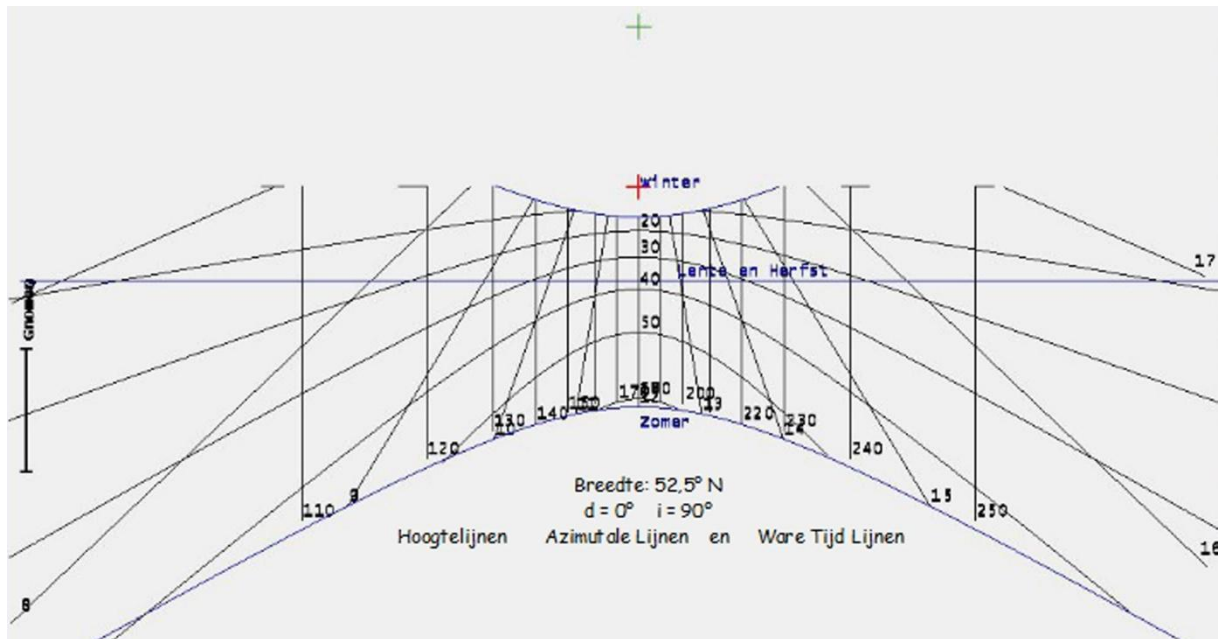
$$z_0 = -y_1 * \cos(b) + z_1 * \sin(b)$$

$$\text{decl} = \arcsin(z_0)$$

Als de declinatie binnen het bereik van -23.5 tot +23.5 ligt, roep dan de hoofdprocedure aan met de waarden x_1, y_1, z_1

(De eerste berekening is dus de berekening van x_2, y_2, z_2)

ZONNEWIJZERS



De plaats van het voetpunt van de poolstijl en de stijlverheffing.

Zie ook onderaan bladzijde 5 van Hoofdstuk 6.

Roep de hoofdprocedure aan met $x_0 = 0$, $y_0 = 0$ en $z_0 = 1$.

(De eerste berekening is dus de berekening van x_1 , y_1 , z_1)

Op zuiderbreedte zal z_1 negatief zijn; dit betekent nu niet dat het punt niet reëel is.

Ook z_3 zal dan negatief zijn; ook hierop moet nu niet getest worden.

De stijlverheffing $v = \arcsin(z_3)$.

De coördinaten van het snijpunt van de poolstijl met het zonnewijzervlak zijn de gevonden punten (x, y) tenzij $v = 0$. In dat geval ligt de poolstijl evenwijdig aan het zonnewijzervlak en is er geen snijpunt van de poolstijl met het zonnewijzervlak.

De substijl is de lijn vanaf het voetpunt van de gnomon $(0, 0)$ naar het punt (x, y) .

Op bladzijde 5 van Hoofdstuk 3 is gevonden dat de waarde van v ook gelijk is aan de breedtegraad waar de zonnewijzer een horizontale zonnewijzer wordt.

Eerder is ook gevonden dat als de stijlverheffing $v > 0$ is het eindpunt van de poolstijl naar de noordpool wijst en de uurlijnen met de klok mee lopen; als $v < 0$ dan wijst de poolstijl naar de zuidpool en lopen de uurlijnen tegen de klok in.

Voor de liefhebber als voorbeeld hier onder het programmadeel in Visual Studio (Visual Basic) waarmee het voetpunt van de poolstijl getekend wordt.

'Het voetpunt van de Stijl wordt (indien gewenst) getekend

```
If blnStijl Then 'moet het voetpunt van de stijl getekend worden?'
    x0 = 0
    y0 = 0
    z0 = 1
    Omzettingx1y1() 'de subprocedures worden aangeroepen'
    Omzettingx2y2()
    Omzettingx3y3()
    lambda = (f * gn) / z3 'f is een factor en gn de ingevoerde lengte van
    xs = lambda * x3 'de gnomon'
    ys = lambda * y3
    hulp = xs
    xs = Xoorsprong + ys 'Xoorsprong is de x-coördinaat van de oorsprong'
    ys = Yoorsprong + hulp 'de tekening wordt 90° gedraaid'
```


ZONNEWIJZERS

```

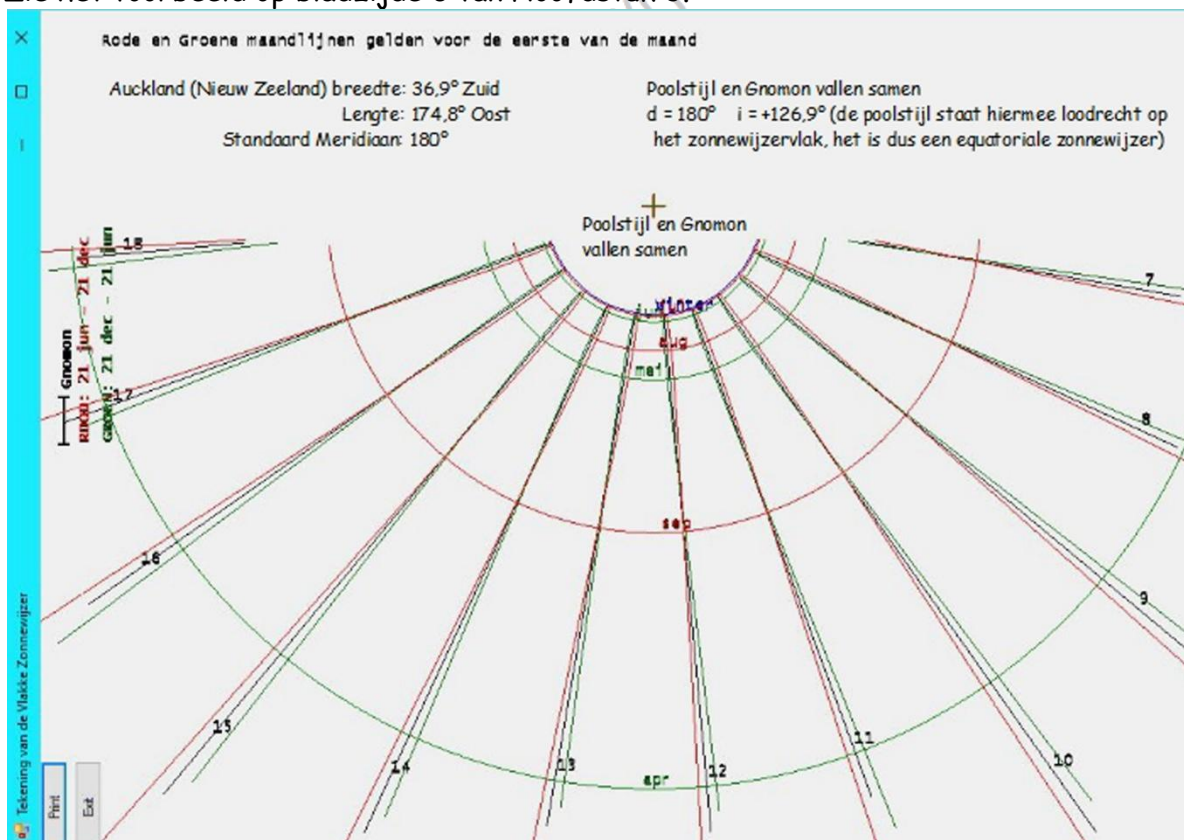
'MsgBox("xs = " & xs & "ys = " & ys)
myPen = New Pen(Brushes.Green, 1)
If xs - 10 > 0 And xs + 10 < Me.Width And ys - 10 > 0 And ys + 10 < Me.Height Then
    NT.DrawLine(myPen, CInt(xs) - 10, CInt(ys), CInt(xs) + 10, CInt(ys))
    NT.DrawLine(myPen, CInt(xs), CInt(ys) - 10, CInt(xs), CInt(ys) + 10)
End If
End If

```

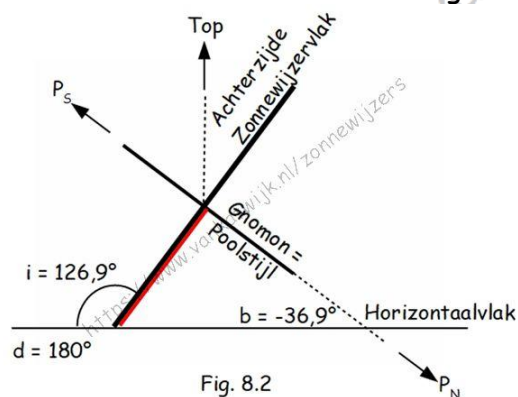
In Hoofdstuk 3 op bladzijde 5 is een formule gevonden voor de uurhoek van de substijl:
 $\tan(P_{ss}) = (\sin(i) \cdot \sin(d)) / (\sin(b) \cdot \cos(d) \cdot \sin(i) + \cos(i) \cdot \cos(b))$.

Deze formule is niet nodig om de zonnewijzer met deze uniforme methode te tekenen, maar kan bijvoorbeeld wel gebruikt worden om een horizontale zonnewijzer te tekenen met eenzelfde lijnenpatroon door als breedte de stijlverheffing en als standaardmeridiaan de uurhoek van de substijl in te voeren.

Zie het voorbeeld op bladzijde 6 van Hoofdstuk 3.



Als afsluiter van dit hoofdstuk nog **een equatoriale zonnewijzer op zuiderbreedte.**



In figuur 8.2 is de situatie van bovenstaande zonnewijzer getekend. Het zonnewijzervlak staat loodrecht op de aard- en hemelas, het is dus een equatoriale zonnewijzer. De zonnewijzer is eerst 180° gedraaid ($d = 180^\circ$, van Noord naar Zuid gedraaid) en daarna 126.9° gekanteld. De gnomon is in de richting van P_N . Het rode vlak in de tekening is het deel waarop de lijnen zichtbaar zijn. Het is ook mogelijk om met het programma de andere kant van de zonnewijzer

ZONNEWIJZERS

te tekenen. In dat geval is $d = 0$ en $i = 53,1^\circ$. De gnomon is nu in de richting van P_s . De lijnen van de zonnewijzer worden nu getekend op wat in figuur 8.2 "Achterzijde Zonnewijzervlak" is. Het resultaat staat hieronder.

