

ZONNEWIJZERS

Hoofdstuk 3 Willekeurige vlakke zonnewijzers

Inhoud:

Definities van enkele begrippen	blz. 3.1
Draaiing d in het horizontale vlak	blz. 3.2
Een algemene methode met assen rotaties	blz. 3.2
Hoek k tussen de loodlijn en de substijl	blz. 3.3
Verplaatsing naar een horizontale zonnewijzer	blz. 3.4
De uurhoek P_{ss} van de substijl	blz. 3.5
Samenvatting van de formules voor v, k en P_{ss}	blz. 3.6
Lengteverschil in tijd en Standaard Tijd	blz. 3.6
Bezonningsstijd	blz. 3.7
De polaire zonnewijzer	blz. 3.8
De cilinder zonnewijzer	blz. 3.10

Definities van enkele begrippen

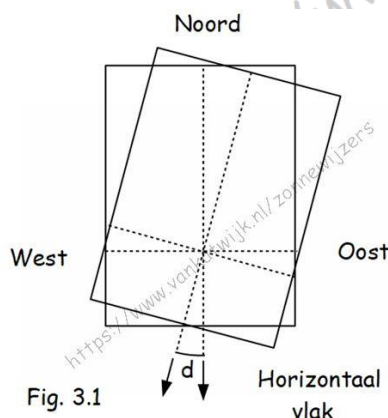


Fig. 3.1

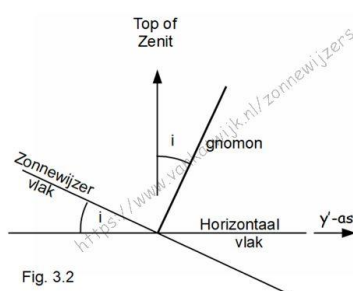


Fig. 3.2

d: de declinatie van het zonnewijzervlak. Niet te verwarren met de (zons-)declinatie! Deze declinatie d is de draaiing in het horizontale vlak ten opzichte van de richting Zuid. Als de zuidkant naar het westen draait dan noem ik d positief. Er geldt: $-180^\circ < d \leq 180^\circ$. Bij een horizontale zonnewijzer draait alleen het patroon, in feite zinloos, daarom is dan $d = 0$

i: de inclinatie van het zonnewijzervlak. Dit is de kanteling van het zonnewijzer vlak ten opzichte van de horizon. Als het zonnewijzervlak horizontaal ligt, dan

is $i = 0^\circ$. Verticaal, de noordzijde naar boven, dan is $i = +90^\circ$. Bedenk dus dat op hoge zuiderbreedte de "voorkant" van de zonnewijzer nauwelijks door de zon beschenen wordt. In het Zonnewijzer Programma vóór versie 4 was i positief als de gnomon naar de evenaar toe bewoog. Vanwege de uniformiteit van de formules is i nu gedefinieerd als bovenstaand. Om met het oude programma dezelfde figuren op zuiderbreedte te

krijgen moet bij één van beide het zonnewijzervlak dus 180° gedraaid worden ($d = 180^\circ$). In het algemeen is $0^\circ \leq i < 180^\circ$. De inclinatie wordt ook wel de **zenitafstand** genoemd. Als het zonnewijzervlak niet horizontaal en niet verticaal ligt, dan wordt, uitgaande van de horizontale stand, eerst het vlak over een hoek d gedraaid en daarna over een hoek i gekanteld

ZONNEWIJZERS

Draaiing d in het horizontale vlak

In figuur 3.3 is het horizontale vlak om de lijn MD over een hoek d naar het westen gedraaid. Hierdoor is de poolstijl gedraaid van DA naar DB. De poolstijl staat nu "scheef" ten opzichte van het zonnepijzer vlak, maar nog wel in het noord-zuid gerichte

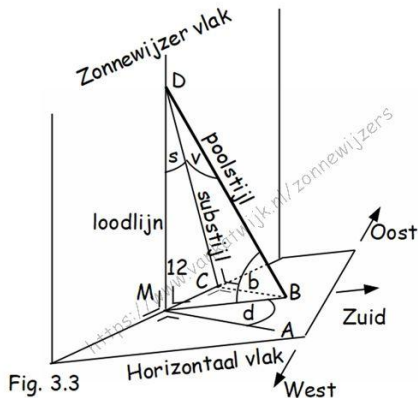


Fig. 3.3

meridiaan vlak. De substijl blijft de loodrechte projectie van de poolstijl op het zonnepijzer vlak, maar valt niet meer samen met de 12 uur lijn; het is nu de lijn DC geworden. De substijl maakt nu een hoek s, de stijlscheefte met de 12 uur lijn. De stijlverheffing v is weer gewoon de hoek tussen de poolstijl en de substijl. $\cos(d) = \cos(MBC) = BC/BM$
 $\cos(b) = BM/BD \rightarrow BD = BM/\cos(b)$
 $\sin(v) = BC/BD = BC / (BM/\cos(b))$
 $\sin(v) = \cos(b) \cdot BC/BM \rightarrow$

$\sin(v) = \cos(b) \cdot \cos(d)$ Afspraak was: poolstijl naar P_s gericht, dan v negatief, daarom:

$$\sin(v) = -\cos(b) \cdot \cos(d)$$

$$\sin(d) = \sin(MBC) = MC/BM \rightarrow MC = BM \cdot \sin(d)$$

$$\tan(b) = MD/BM \rightarrow MD = BM \cdot \tan(b)$$

$$\tan(s) = (BM \cdot \sin(d)) / (BM \cdot \tan(b)) \rightarrow \tan(s) = \sin(d) / \tan(b)$$

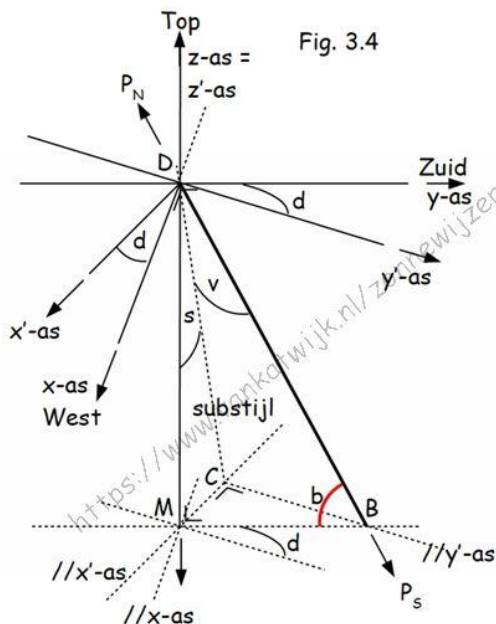
Een algemene methode met assen rotaties

Onderstaand worden de algemene formules (rotatie-matrices) voor assenrotaties in R3 (in de richting van de as met de klok mee) gegeven. ϕ is de hoek waarover het assenstelsel wordt gedraaid.

$$R_x(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \quad R_y(\phi) = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & 0 & -\sin(\phi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\phi) & 0 & \cos(\phi) \end{pmatrix} \quad R_z(\phi) = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Neem een rechts draaiend x-y-z assenstelsel met het x-y vlak samenvallend met het horizontale vlak, het x-z vlak samenvallend met het vlak van de verticale zuid zonnepijzer en de oorsprong in het snijpunt D van de poolstijl met het zonnepijzer vlak.

ZONNEWIJZERS



Neem de lengte van de poolstijl $DB = 1$, dan is

$$BM = \cos(b), x_B = 0, y_B = \cos(b) \text{ en } z_B = -\sin(b)$$

$$DM = \sin(b), \quad x_D = 0, \quad y_D = 0, \quad z_D = \sin(b)$$

Roteer het assenstelsel over een hoek $= -d$ om de z-as, dan is:

$$x'_B = \cos(-d) \cdot x_B + \sin(-d) \cdot y_B + 0 \cdot z_B =$$

$$\cos(d) \cdot 0 - \sin(d) \cdot \cos(b) + 0 = -\sin(d) \cdot \cos(b)$$

$$y'_B = -\sin(-d) \cdot x_B + \cos(-d) \cdot y_B + 0 \cdot z_B =$$

$$\sin(d) \cdot 0 + \cos(d) \cdot \cos(b) + 0 = \cos(d) \cdot \cos(b) \text{ en}$$

$$z'_B = 0^*x_B + 0^*y_B + 1^*z_B = 0+0+1^*(-\sin(b)) = -\sin(b)$$

Door de rotatie om de z-as blijven de x en y coördinaten van M onveranderd in het x'-y'-z' assenstelsel: $x'_M = 0$, $y'_M = 0$, $z'_M = z'_B = -\sin(b)$

Hiermee en uit figuur 3.4: $x'_C = x'_B = -\sin(d) \cdot \cos(b)$, $y'_C = 0$ en $z'_C = z'_B = -\sin(b)$

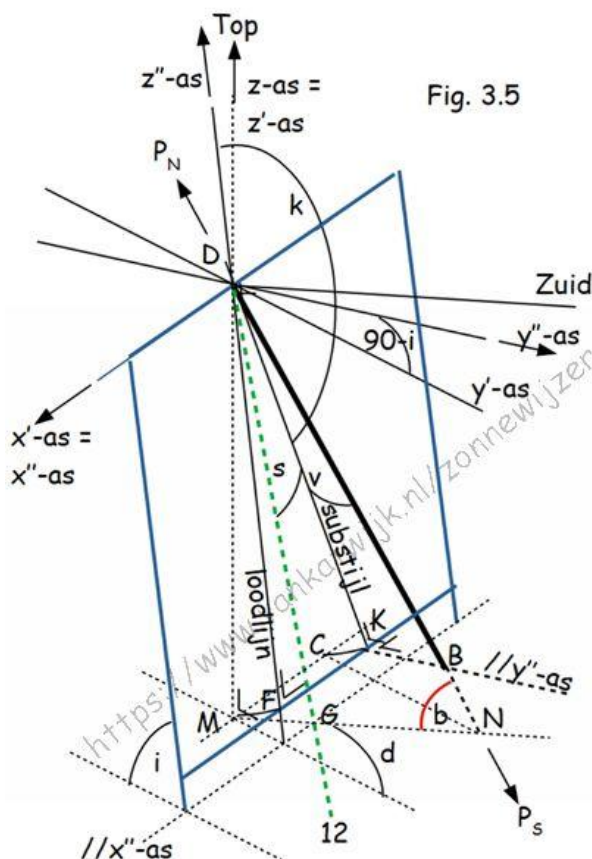
$$\tan(s) = |x'_C| / |z'_M| = |-\sin(d) \cdot \cos(b)| / |-\sin(b)| = \sin(d) / \tan(b)$$

$$\sin(v) = |y'_B| / |BD| = |\cos(d) \cdot \cos(b)| / 1 = \cos(b) \cdot \cos(d)$$

poolstijl naar P_S gericht, dan v negatief, daarom met teken: $\sin(v) = -\cos(b) \cdot \cos(d)$

Dezelfde formule als hierboven gevonden.

Hoek k tussen de loodlijn en de substijl



Vervolgens wordt het assenstelsel over een hoek 90° om de x' -as gedraaid.

Ten opzichte van het horizontale vlak is het zonnewijzervlak dan over een hoek i , de inclinatie, gedraaid. In de figuren 3.3 en 3.4 was het zonnewijzervlak verticaal, daar was dus $i = 90^\circ$.

De snijlijn van het zonnewijzervlak (blauw) met het vlak MND, het vlak waarin de poolstijl ligt, is nu de 12 uur lijn DG.

Door B is lijn BK getekend evenwijdig aan de y'' -as. Deze lijn staat dus loodrecht op het x'' - z'' -vlak, het zonnwijnzervlak.

Y''_B is gelijk aan de afstand KB.

$$\sin(v) = KB / BD = KB / 1 = Y''_B.$$

Omdat de poolstijl naar P_S wijst en

ZONNEWIJZERS

y''_B positief is moet dit zijn: $\sin(v) = -y''_B$

BK staat loodrecht op het x'' - z'' -vlak daarom staat ook het vlak F-B-K loodrecht op dit vlak, dat wil zeggen dat $DF = z''_F$ gelijk is aan z''_B .

$$R_x(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ 0 & -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} Y''_B &= 0 * x'_B + \cos(90^\circ - i) * y'_B + \sin(90^\circ - i) * z'_B = \\ &= 0 + \sin(i) * \cos(d) * \cos(b) + \cos(i) * (-\sin(b)) = \\ &= \sin(i) * \cos(d) * \cos(b) - \cos(i) * \sin(b), \text{ zodat} \\ \sin(v) &= \cos(i) * \sin(b) - \sin(i) * \cos(d) * \cos(b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DF = z''_F = z''_B &= 0 * x'_B - \sin(90^\circ - i) * y'_B + \cos(90^\circ - i) * z'_B = \\ &= 0 - \cos(i) * \cos(d) * \cos(b) + \sin(i) * (-\sin(b)) = -\cos(i) * \cos(d) * \cos(b) - \sin(i) * \sin(b) \\ \text{of: de lengte van } DF &= \cos(i) \cos(d) * \cos(b) + \sin(i) * \sin(b) \end{aligned}$$

Door de rotatie om de x' -as is M geroteerd naar F en C geroteerd naar K. Dat betekent dat $FK = MC = x'_C = -\sin(d) * \cos(b)$ ($= x'_B$ zie bladzijde 2)

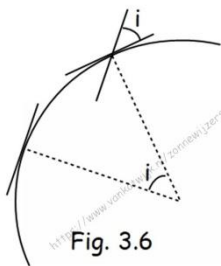
$$\begin{aligned} \tan(FDK) &= FK / DF = \sin(d) * \cos(b) / (\cos(i) \cos(d) * \cos(b) + \sin(i) * \sin(b)) = \\ &= -\sin(d) / (\cos(i) \cos(d) + \sin(i) * \tan(b)) \end{aligned}$$

In plaats van met hoek FDK wordt gerekend met hoek $k = 180 - \text{hoek FDK}$. Daarom is:

$$\tan(k) = \sin(d) / (\cos(i) * \cos(d) + \sin(i) * \tan(b))$$

Het nulpunt wordt gerekend van de naar boven lopende loodlijn. Hoek k wordt linksom positief gerekend. In figuur 3.5 is dus $-180 < k < 0$, bijvoorbeeld $k = -155^\circ$. De rekenmachine geeft in dat geval $+25^\circ$. In een programma moet hier dus rekening mee gehouden worden. Zie hiervoor bladzijde 6.7 (hoofdstuk 6).

Verplaatsing naar een horizontale zonnwijzer.



Elke zonnwijzer kan herleid worden naar een horizontale zonnwijzer waardoor deze makkelijk(er) is te construeren. Bij een verplaatsing naar een horizontale zonnwijzer is het idee dat het zonnwijzervlak een vaste stand in de ruimte houdt en dus evenwijdig aan zichzelf wordt verplaatst. In figuur 3.6 is de cirkelboog een deel van een grootcirkel op aarde. Te zien is dat als het zonnwijzervlak dat een hoek i maakt met het horizontale vlak

evenwijdig aan zichzelf over dezelfde hoek i langs de grootcirkel wordt verplaatst daar ter plekke een horizontale zonnwijzer is. In figuur 3.7 is het horizontale zonnwijzervlak in A eerst over een hoek d gedraaid en daarna over een hoek i gekanteld. De poolstijl blijft evenwijdig aan de aardas, wijzend naar de hemel noordpool. Grootcirkel AB in figuur 3.7 is de cirkelboog van figuur 3.6.

In B aangekomen is de zonnwijzer horizontaal. Hier valt het vlak van de poolstijl en de substijl samen met het meridiaan vlak (zie de pijl). De substijl geeft daar dus de 12 uur lijn aan.

ZONNEWIJZERS

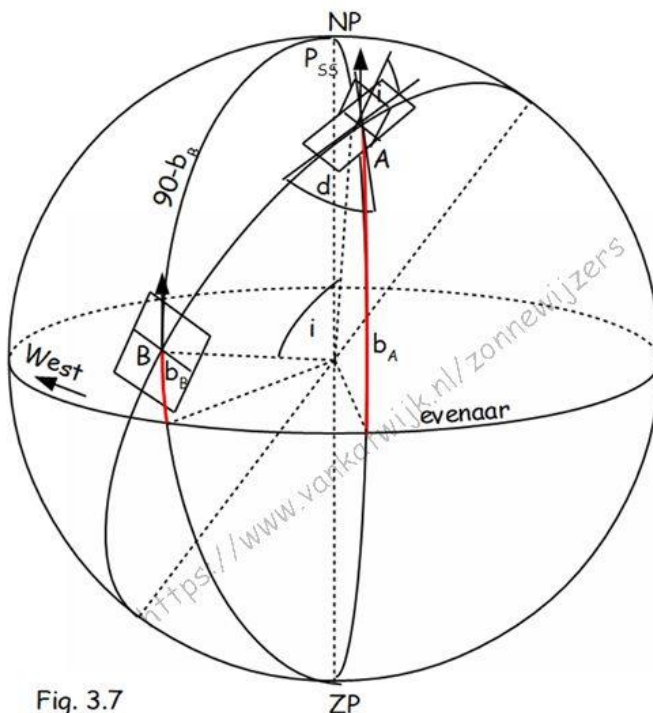


Fig. 3.7

De uurhoek P_{SS} van de substijl

De nu horizontale, maar gedraaid liggende, zonnewijzer kan zonder problemen in het horizontale vlak worden gedraaid. Het (geografische) lengteverschil tussen A en B bepaalt het tijdverschil tussen A en B. Als de lengte van A = 0 dan is dit lengteverschil gelijk aan de (in de tekening westelijke) uurhoek van de substijl. De uurhoek van de substijl (P_{SS}) kan berekend worden met de cotangensregel in boldriehoek A-B-NP

Hierin is bekend: $A-NP = 90^\circ - b_A$
Hoek B-A-NP = $180^\circ - d$ en

$$\text{boog } A-B = i \cotan(A-B) * \sin(A-NP) = \cos(A-NP) * \cos(B-A-NP) + \sin(B-A-NP) * \cotan(P_{SS})$$

$$\cotan(i) * \sin(90^\circ - b_A) = \cos(90^\circ - b_A) * \cos(180^\circ - d) + \sin(180^\circ - d) * \cotan(P_{SS})$$

$$\cotan(i) * \cos(b_A) = \sin(b_A) * (-\cos(d)) + \sin(d) * \cotan(P_{SS}) \text{ waarmee:}$$

$$-\sin(d) * \cotan(P_{SS}) = -\sin(b_A) * \cos(d) - \cotan(i) * \cos(b_A)$$

$$\sin(d) * \cotan(P_{SS}) = \sin(b_A) * \cos(d) + \cos(i) * \cos(b_A) / \sin(i)$$

$$\sin(d) * \cotan(P_{SS}) = (\sin(b_A) * \cos(d) * \sin(i) + \cos(i) * \cos(b_A)) / \sin(i)$$

$$\cotan(P_{SS}) = (\sin(b_A) * \cos(d) * \sin(i) + \cos(i) * \cos(b_A)) / (\sin(i) * \sin(d))$$

$$\tan(P_{SS}) = (\sin(i) * \sin(d)) / (\sin(b_A) * \cos(d) * \sin(i) + \cos(i) * \cos(b_A))$$

Omdat $\arctan()$ een getal geeft tussen -90° en $+90^\circ$ en de uurhoek ligt tussen -180° en $+180^\circ$ moet hier, net als bij hoek k tussen de loodlijn en de substijl, de uitkomst herleid worden naar het juiste kwadrant.

In plaats B is de hoek tussen het zonnewijzervlak en de poolstijl, de stijlverheffing v zoals bij elke horizontale zonnewijzer gelijk aan de geografische breedte b_B .

De formule voor de stijlverheffing die onder figuur 3.5 op bladzijde 3 is gevonden kan dus ook met de (eerste) cosinusregel in figuur 3.7 gevonden worden!

$$\cos(B-NP) = \cos(A-B) * \cos(A-P_{SS}) + \sin(A-B) * \sin(A-P_{SS}) * \cos(180^\circ - d)$$

$$\cos(90^\circ - b_B) = \cos(i) * \cos(90^\circ - b_A) + \sin(i) * \sin(90^\circ - b_A) * (-\cos(d))$$

$$\sin(v) = \sin(b_B) = \cos(i) * \sin(b_A) - \sin(i) * \cos(b_A) * \cos(d)$$

ZONNEWIJZERS

Samengevat zijn in voorgaande de volgende formules gevonden:

Stijlverheffing v: $\sin(v) = \cos(i) \cdot \sin(b) - \sin(i) \cdot \cos(d) \cdot \cos(b)$

Hoek k tussen de loodlijn en de substijl: $\tan(k) = \sin(d) / (\cos(i) \cdot \cos(d) + \sin(i) \cdot \tan(b))$

Uurhoek van de substijl: $\tan(P_{ss}) = (\sin(i) \cdot \sin(d)) / (\sin(b) \cdot \cos(d) \cdot \sin(i) + \cos(i) \cdot \cos(b))$

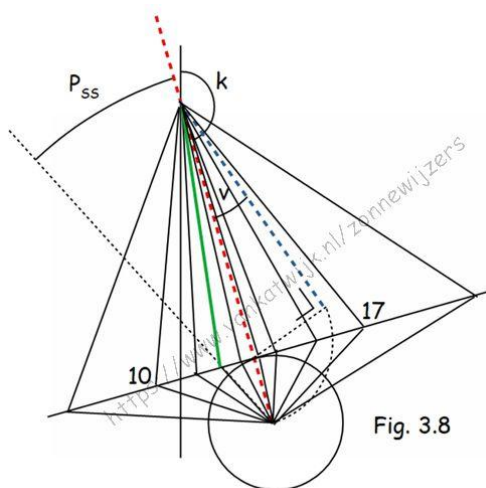
Voorbeeld:

Breedte $b = 52,5^\circ$ declinatie $d = 25^\circ$ inclinatie $i = 75^\circ$

$\sin(v) = \cos(75^\circ) \cdot \sin(52,5^\circ) - \sin(75^\circ) \cdot \cos(25^\circ) \cdot \cos(52,5^\circ) = -0,32759 \rightarrow v = -19,1^\circ$

$\tan(k) = \sin(25^\circ) / (\cos(75^\circ) \cdot \cos(25^\circ) + \sin(75^\circ) \cdot \tan(52,5^\circ)) = 0,28299 \rightarrow k = 15,8^\circ - 180^\circ$
 $= -164,2^\circ$

$\tan(P_{ss}) = (\sin(75^\circ) \cdot \sin(25^\circ)) / (\sin(b) \cdot \cos(25^\circ) \cdot \sin(75^\circ) + \cos(75^\circ) \cdot \cos(52,5^\circ)) = 0,47908$
 $\rightarrow P_{ss} = 25,6^\circ$

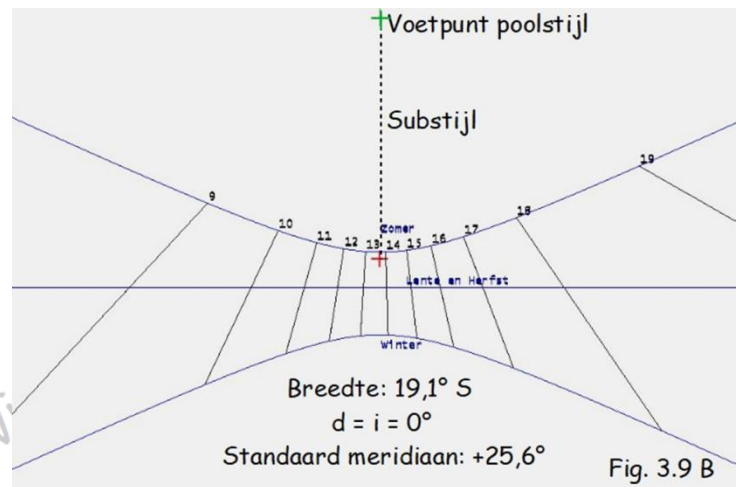
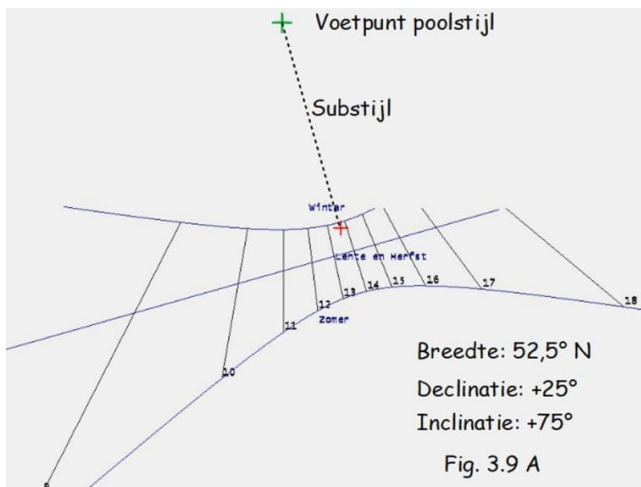


De negatieve stijlverheffing v betekent dat dit een horizontale zonnepijl op zuiderbreedte is, dat de poolstijl naar de hemel zuidpool wijst en dat de uurlijnen linksom lopen. In figuur 3.8 is een verticale lijn getekend. Van bovenaf is hoek k afgezet, dit geeft de rode lijn. Vergelijk de constructie nu met die bij figuur 2.9 waarbij de stijlverheffing v in de plaats van de geografische breedte komt. De uurhoek van de substijl (P_{ss}) is in de equatoriale hulp figuur vanaf de rode lijn uitgezet om het goede "nulpunt", de groene 12-uur lijn, te vinden.

Vanuit het middelpunt van de equatoriale hulpfiguur zijn vanaf deze lijn hoeken van 15° afgezet om de overige uurlijnen te kunnen tekenen.

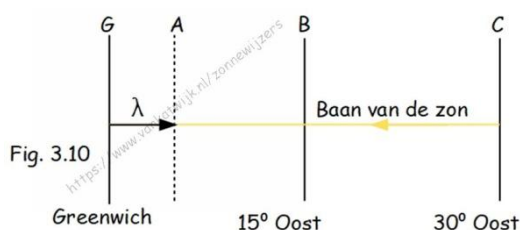
ZONNEWIJZERS

Onderstaande figuren 3.9 A en B zijn met dezelfde gegevens gemaakt met het zonnewijzer programma dat te vinden is op <https://www.vankatwijk.nl/zonnewijzers>



Figuur 3.9 A geeft de lijnen van de gedraaide ($d = 25^\circ$) en gekantelde ($i = 75^\circ$) zonnewijzer op $52,5^\circ$ Noorderbreedte. Figuur 3.9 B geeft de lijnen van de herleide horizontale zonnewijzer op $19,1^\circ$ Zuiderbreedte, dus met $d = 0^\circ$ en $i = 0^\circ$. Om de zonnewijzer van figuur 3.9 B dezelfde tijd te laten aanwijzen als die in figuur 3.9 A moet rekening worden gehouden met het (geografische) lengte verschil tussen de twee plaatsen, dat is hier $P_{SS} = 25,6^\circ$. Hierover meer in de volgende paragraaf. Wat verder opvalt in de vergelijking van de figuren 3.9 A en B is dat de aanduidingen zomer en winter omgedraaid zijn, op zuiderbreedte is het winter in juni. Ook lopen in figuur 3.9 B de tijdlijnen langer door; in de winter op $52,5^\circ$ Noord gaat de zon immers eerder onder. Hoewel de lijnenpatronen exact over elkaar heen vallen zijn de tekeningen wel gedraaid ten opzichte van elkaar. Dat komt doordat in figuur 3.9 B de tekening horizontaal gedraaid is ten opzichte van de stand in plaats B in figuur 3.7.

Lengteverschil in tijd en Standaard Tijd



In figuur 3.10 zijn de verticale lijnen voorstellingen van meridianen. De lengte van onze positie is λ (Oosterlengte positief). In de winter hebben wij de tijd die hoort bij 15° oost, in de zomer de tijd die hoort bij 30° oost. Een dergelijke vaste meridiaan heet

Standaard Meridiaan en de bijbehorende tijd **Standaard Tijd**. In één dag, 24 uur, draait de aarde om zijn as en zien wij de zon van oost naar west om de aarde draaien. D.w.z. een rotatie van 360° in 24 uur, ofwel 15° in een uur. In de winter staat er 12.00 uur op onze klok als de zon boven meridiaan B staat. De zon moet dan nog $(15^\circ - \lambda)$ graden naar het westen voordat het bij ons 12.00 uur Ware Tijd is; daar doet de zon nog $(15^\circ - \lambda)/15^\circ$ uur over. De zon staat dus in de lokale meridiaan (hoogste punt) $(15^\circ - \lambda)/15^\circ$ uur na 12.00 uur op onze klok.

ZONNEWIJZERS

Bij $\lambda=5^\circ$ E is dit om $12 + ((15^\circ - 5^\circ) / (15^\circ/\text{uur})) = 12,66667^h$ ofwel 12^h40^m . Of, de schaduw van een poolstijl valt om 12.00 uur wintertijd daarom $(15^\circ - \lambda)$ graden ten oosten van de 12.00 uur Ware Tijd lijn. Het zal duidelijk zijn dat dit $(2*15^\circ - \lambda)$ graden in de zomertijd is. De bijbehorende 12 uur (kloktijd) streep kan nu getekend worden. Uitgaande van deze 12.00 uur lijn (kloktijd) kunnen de overige (halve) uren om de (7.5°) 15° uitgezet worden. Als de zonnewijzer Ware (zonne-)Tijd aangeeft, dan moet je dus respectievelijk $(15^\circ - \lambda) / 15^\circ$ uur of **$(2*15^\circ - \lambda) / 15^\circ$ uur bij de zonnewijzertijd optellen om de winter- of zomertijd te krijgen.**

Als een zonnewijzer herleid wordt naar een horizontale zonnewijzer die dezelfde tijd aan moet geven dan moet er ook een lengtecorrectie worden toegepast. Als LM_A en SM_A respectievelijk de Lokale en de Standaard meridianen op plaats A zijn en LM_B en SM_B op plaats B, dan krijg je hetzelfde lijnenpatroon met dezelfde standaardtijden als je voor plaats B (natuurlijk) de stijlverheffing v als geografische breedte neemt, $LM_B = 0$ en **$SM_B = P_{SS} + (SM_A - LM_A)$** . (In de figuren 3.9A en 3.9B op bladzijde 6 waren LM_A en SM_A beide 0).

Er is echter nog één probleem voordat de kloktijd op een zonnewijzer kan worden afgelezen, dat is de tijdvereffening waarover later meer.

Terugkomend op de tekst bij de figuren 3.9 A en B is nu duidelijk dat de verplaatste zonnewijzer in positie B in eerste instantie de uurlijnen aangeeft zoals deze in plaats A gelden. Op het moment dat het in plaats A 12.00 uur is, is het in plaats B $25,6^\circ / (15^\circ/\text{uur}) = 1,70667^h = 1^h42^m$ vroeger (B ligt westelijk van A). Om de juiste tijd van A in B aan te geven moet dus 1^h42^m worden opgeteld ofwel er moet gewerkt worden met een "standaardmeridiaan" van $25,6^\circ$ Oost.

Bezonninstijd

In hoofdstuk 1 is bij de horizontale zonnewijzer al een formule voor de tijd van zonsopkomst en -ondergang gevonden: **$\cos(180^\circ - P) = \tan(b)*\tan(d)$** .

Om de zonnewijzer te kunnen gebruiken moet de zon ook nog aan de goede kant van de zonnewijzer staan. In voorgaande is aangetoond dat elke vlakke zonnewijzer "vertaald" kan worden naar een horizontale zonnewijzer op een breedte gelijk aan de stijlverheffing v. Net als in figuur 3.9 B moet dan nog wel rekening worden gehouden met het geografische lengteverschil tussen de twee zonnewijzers.

Voorbeeld: Breedte $b = 52,5^\circ$ declinatie $d = 25^\circ$ inclinatie $i = 75^\circ$

Eerder gevonden: $v = -19,1^\circ$, $k = -164,2^\circ$, $P_{SS} = 25,6^\circ$

Op 23 september is de zons declinatie $+23,5^\circ$

Tijd van opkomst: $\cos(180^\circ - P) = \tan(b)*\tan(d) = \tan(52,5^\circ)*\tan(23,5^\circ) = 0,56666$

$$180^\circ - P = 55,48^\circ \text{ of } 3,69867 \rightarrow 3^h42^m$$

Tijd van ondergang: $24 - 3,69867 = 20,30133 \rightarrow 20^h18^m$

Voor de horizontale zonnewijzer geldt: $\cos(180^\circ - P) = \tan(-19,1^\circ)*\tan(23,5^\circ) = -0,15057$

ZONNEWIJZERS

$180^\circ - P = 98,66^\circ$ of $6,57733$, corrigeren voor lengteverschil $25,6^\circ/15^\circ = 1,70666$ geeft een tijd van opkomst boven het zonnewijzervlak $6,57733 + 1,70666 = 8,28400 \rightarrow 8^h17^m$
Tijd van ondergang: $24 - 6,57733$, corrigeren voor lengteverschil $25,6^\circ/15^\circ = 1,70666$ geeft tijd onder het zonnewijzervlak $24 - 6,57733 + 1,70666 = 19,13 \rightarrow 19^h08^m$

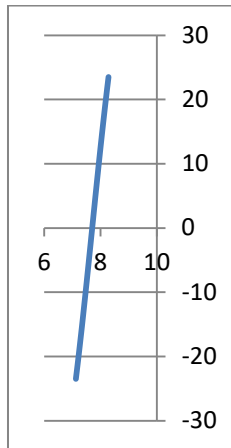


Fig. 3.11 A

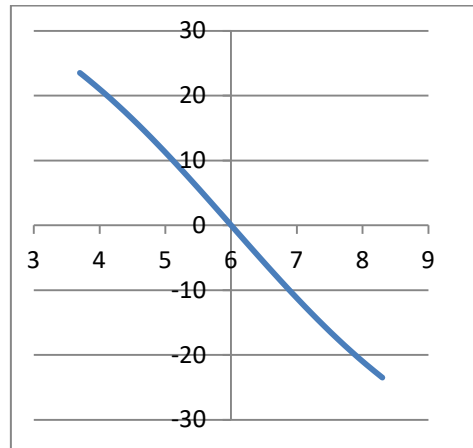


Fig. 3.11 B

Conclusie: deze zonnewijzer is bruikbaar van 8^h17^m tot 19^h08^m

De linker figuur geeft de tijd van opkomst boven het zonnewijzer vlak, de rechter figuur geeft de tijd van zons opkomst, beide op $52,5^\circ$ N. De datum is hier vertikaal gegeven in de vorm van de declinatie.

De polaire zonnewijzer

Kenmerkend voor de polaire zonnewijzer is dat het zonnewijzervlak, net als de poolstijl, evenwijdig is aan de aardas. De stijlverheffing is dus 0° .

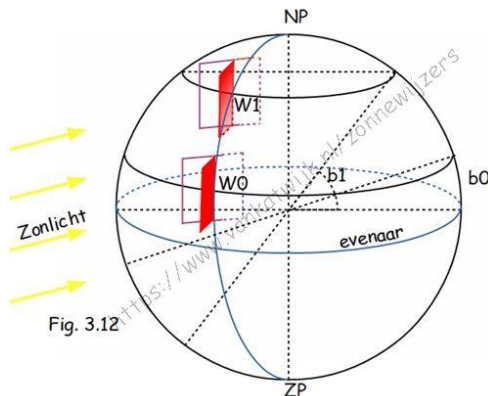


Fig. 3.12

Waarnemers W0 en W1 hebben dezelfde geografische lengte en resp. geografische breedtes $b0$ en $b1$. Het paars omrande vlak is het zonnewijzervlak evenwijdig aan de aardas. Het rode vlak is het schaduw gevende vlak met de poolstijl evenwijdig aan de aardas. Merk op dat het zonnewijzervlak niet Oost-West gericht hoeft te zijn; dat is het wel bij de polaire zuid zonnewijzer. Zoals te zien is, is de positie van de zonnewijzer ten opzichte van de richting van het

zonlicht onafhankelijk van de breedte waarop de zonnewijzer zich bevindt. Dat wil zeggen dat de constructie van de zonnewijzer op een willekeurige breedte b gelijk is aan die op de evenaar.

ZONNEWIJZERS

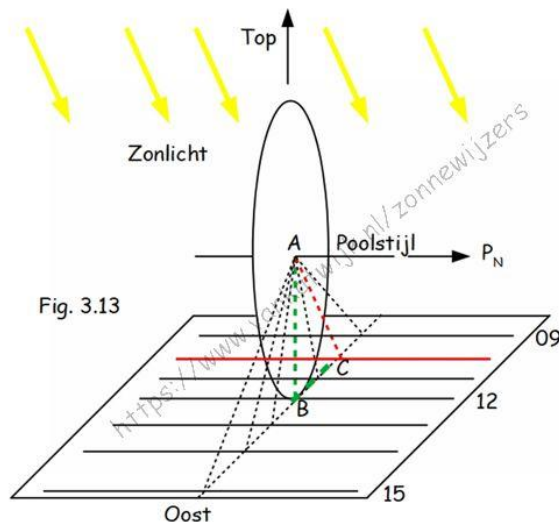


Fig. 3.13

In figuur 3.13 is de situatie op de evenaar getekend. De cirkel stelt de equatoriale zonnewijzer voor. De poolstijl, evenwijdig aan het horizontaal liggende zonnewijzervlak wijst naar de hemel noordpool. Om 10 uur 's morgens is de oostelijke uurhoek $2 \cdot 15^\circ = 30^\circ$. De poolstijl geeft de rode 10 uur lijn door punt C. Eenvoudig is te zien dat de afstand van de 12 uur lijn tot de 10 uur lijn te berekenen is met de formule $BC = AB \cdot \tan(30^\circ)$ of algemeen:

$$\text{Afstand tot 12 uur lijn} = AB \cdot \tan(P)$$



De foto van een polaire zuid zonnewijzer is genomen in de SonnenUhrenWeg in Bad Schandau (Stadtteil Krippen).

Een oost- of west- polaire zonnewijzer is feitelijk een verticale oost- of west zonnewijzer zoals in figuur 2.14 van hoofdstuk 2. Er zijn oneindig veel vlakke zonnewijzers denkbaar waarvan een lijn in het zonnewijzervlak evenwijdig loopt aan de aardas. Ook zo'n willekeurige polaire zonnewijzer is te tekenen, immers $v = 0$, dat wil zeggen $\sin(v) = 0 = \cos(i) \cdot \sin(b) - \sin(i) \cdot \cos(d) \cdot \cos(b)$ zodat $\cos(i) \cdot \sin(b) = \sin(i) \cdot \cos(d) \cdot \cos(b)$ of

$$\tan(b) = \tan(i) \cdot \cos(d)$$

Kies bij een bekende geografische breedte b een waarde voor d of voor i en bereken de andere waarde. Hiermee zijn hoek k en de uurhoek van de substijl P_{ss} te berekenen en is de zonnewijzer te construeren.

Voorbeeld: $b = 52,5^\circ \text{ Nb}$. Kies $d = 30^\circ$, dan is $\tan(i) = \tan(52,5) / \cos(30) = 1,50484$ waarmee $i = 56,4^\circ$

$$\tan(k) = \sin(d) / (\cos(i) \cdot \cos(d) + \sin(i) \cdot \tan(b)) =$$

$$\sin(30) / (\cos(56,4) \cdot \cos(30) + \sin(56,4) \cdot \tan(52,5)) = 0,31954 \rightarrow k = 17,7 - 180 = -162,3^\circ$$

$$\tan(P_{ss}) = (\sin(i) \cdot \sin(d)) / (\sin(b) \cdot \cos(d) \cdot \sin(i) + \cos(i) \cdot \cos(b)) =$$

$$(\sin(56,4) \cdot \sin(30)) / (\sin(52,5) \cdot \cos(30) \cdot \sin(56,4) + \cos(56,4) \cdot \cos(52,5)) =$$

$$0,458075017 \rightarrow P_{ss} = 24,6^\circ$$

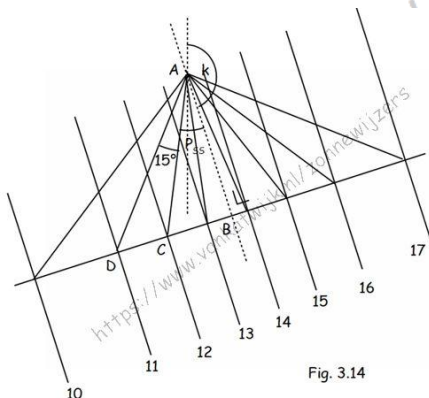


Fig. 3.14

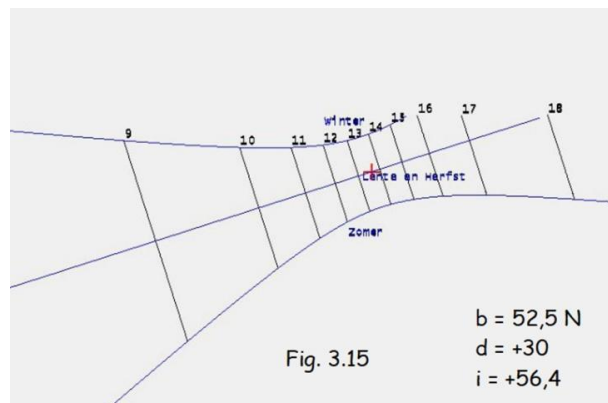
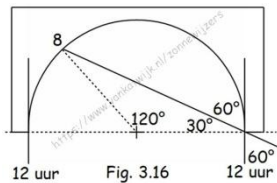


Fig. 3.15

$b = 52,5 \text{ N}$
 $d = +30$
 $i = +56,4$

ZONNEWIJZERS

Constructie in figuur 3.14. Uitgaande van een verticale lijn wordt hoek k afgezet. Loodrecht op deze lijn wordt een basislijn getekend $\rightarrow$ punt B. De uurhoek van de substijl, hoek P_{ss} wordt vanaf lijn AB afgezet. Dit geeft punt C, het punt van de 12 uur lijn. Vanaf lijn AC worden links en rechts (veelvouden van) hoeken van 15° afgezet. Figuur 3.15 is met dezelfde gegevens gemaakt met het zonnewijzer programma dat te vinden is op <https://www.vankatwijk.nl/zonnewijzers>



Een variant van de polaire zonnewijzer is de **cilinder zonnewijzer**. De zijkant doet dienst als poolstijl. De randen geven dus 12 uur aan. In figuur 3.16 is de oostelijke uurhoek 60° . De ware tijd is dus 08.00 uur. De uurstrepen vanuit het midden van de cilinder zijn om de 30° , het dubbele van 15° per uur.