

ZONNEWIJZERS

Hoofdstuk 18 De Kegel Zonnewijzer.

Inhoud:

Inleiding	blz. 18.1
Principe	blz. 18.1
De gekozen vorm van de schaduwgever	blz. 18.2
Kloktijd aflezen van de kegelzonnewijzer	blz. 18.3
De vorm van de kegel en de ellips	blz. 18.3
De raakpunten van de lijnen vanuit punt A aan de ellips met de ellips	blz. 18.4
De richtingscoëfficiënten van de raaklijnen	blz. 18.6
Berekening van de coördinaten van de punten A en B	blz. 18.6
Keuze voor de juiste raaklijnen aan de ellips	blz. 18.8
Snijpunt van de raaklijnen bepalen	blz. 18.8
Berekenen van datum d2 als datum d1 bekend is	blz. 18.9
Op welke data wisselt de tijdvereffening van teken?	blz. 18.10
Een 3D tekening van de kegelzonnewijzer	blz. 18.10

Inleiding.

Op internet vond ik een tekst met tekeningen en formules over de kegel zonnewijzer.

Zie: https://www.helson.at/sonre/Hollander_NASS_sep06.pdf

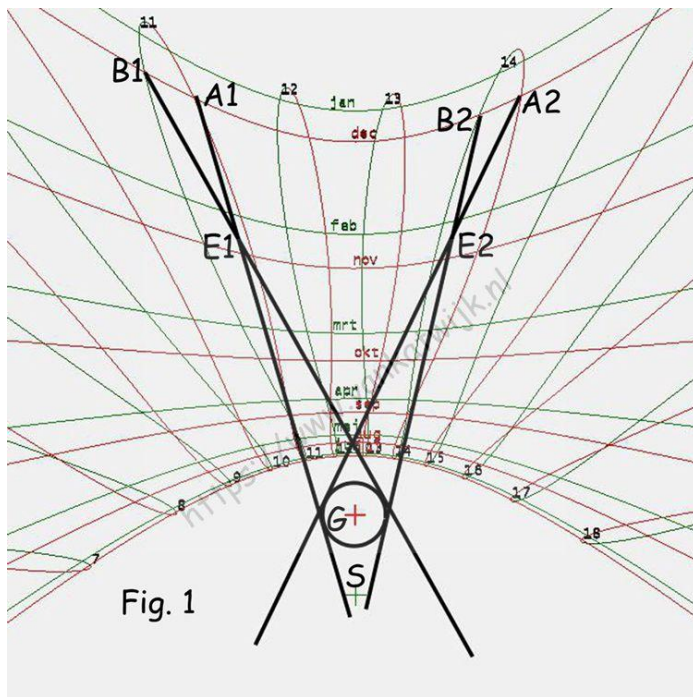
Hoewel de achterliggende formules niet eenvoudig zijn, is het principe dat relatief recent in 2006 door de heer H. Hollander is bedacht niet moeilijk te begrijpen.

Voor meer informatie van de heer Hollander zie: <https://www.zonnewijzer.nl/>

Principe.

Een "gewone" vlakke zonnewijzer die kloktijd aangeeft heeft op twee verschillende data met dezelfde declinatie van de zon twee punten voor dezelfde tijd. Op 1 december valt de schaduw van de top van de gnomon (G) om 11 uur kloktijd op punt A1 in figuur 1. Op 10 januari heeft de zonsdeclinatie dezelfde waarde, dan valt de schaduw van de top van de gnomon om 11 uur kloktijd op punt B1. Een kegel met de top gelijk aan de top van de gnomon loodrecht op het zonnewijzervlak geeft op 1 december en 10 januari twee verschillende schaduwlijnen die elkaar snijden in E1. Op de genoemde dagen valt de schaduw van de top van de gnomon om 14 uur kloktijd respectievelijk op de punten A2 en B2. De schaduwlijnen van de kegelwanden snijden elkaar nu in punt E2. Duidelijk zal zijn dat de snijpunten van de schaduwlijnen in de loop van de dag (de kloktijd loopt van zonsopkomst tot ondergang) de nieuwe datumlijn voor 1 december en 10 januari zullen vormen. Door op een bepaald klokuur de declinatie "te laten lopen" van -23.45° naar 23.45° worden bij elke declinatie punten Ai en Bi gevonden. De bijbehorende schaduwlijnen aan de kegel snijden elkaar in opeenvolgende punten Ei waarmee de

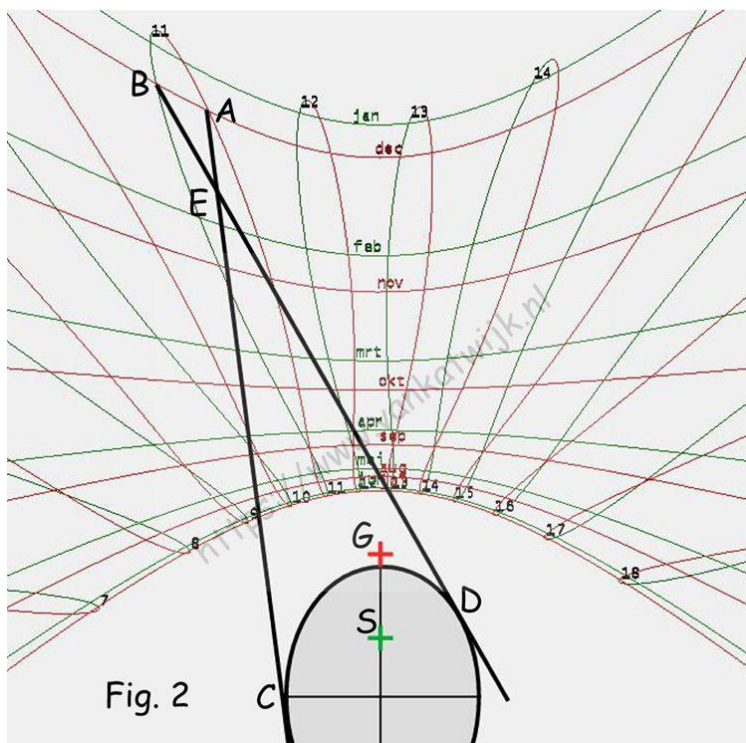
ZONNEWIJZERS



tijdslijn vastligt. Nadeel van deze constructie is dat de afstand tussen de datumlijnen in de winter erg groot wordt en in de zomer juist erg klein. E1 is bijvoorbeeld een punt van de datumlijn van 1 december, terwijl het punt met getal 11 op de datumlijn van 22 december ligt. In minder dan een maand een bijna net zo grote afstand tussen de datumlijnen als de afstand tussen de datumlijnen van 21 juni en 1 december. De grondcirkel kan ook niet veel groter worden omdat er dan in de zomer geen raaklijnen meer getekend kunnen worden.

De gekozen vorm van de schaduwgever.

In plaats van een kegel loodrecht op het grondvlak te zetten is gekozen voor een kegel waarvan de as samenvalt met de stijl (evenwijdig aan de aardas).



Figuur 2 is een tekening van dezelfde horizontale zonnepijzer als in figuur 1. Het is een horizontale ($i = 0$) en niet gedraaide ($d = 0$) vlakke zonnepijzer voor 52.5° Noord, 5° Oost met standaard meridiaan op 15° Oost. Punt G is de projectie van de top van de (denkbeeldige) gnomon, S is het voetpunt van de stijl. De doorsnijding van de kegel met het zonnepijzervlak is nu een ellips. Duidelijk is te zien dat het snijpunt E van de raaklijnen aan de ellips in de winter nu veel dichterbij de oorspronkelijke datumlijn ligt.

ZONNEWIJZERS

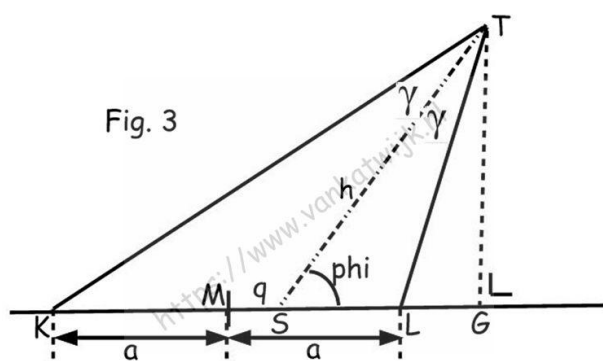
Kloktijd aflezen van de kegelzonnwijzer.

Hoe het grondvlak ook wordt, op deze kegelzonnwijzer zijn de punten A en B niet te zien. Het is dus niet mogelijk om zowel de datum als de kloktijd af te lezen. Op 1 december snijdt de schaduwlijn van de linkerkant van de kegel (E-A) de datumlijn om 11 uur kloktijd. Op 10 januari snijdt de schaduwlijn van de rechterkant van de kegel (E-B) dezelfde datumlijn om 11 uur kloktijd.

Van ongeveer 1 september tot de tweede helft van december en van ongeveer half april tot de tweede helft van juni is de tijdvereffening $t_v < 0$ (bedenk $MT = WT + t_v$ en zie de grafiek van de tijdvereffening in Hoofdstuk 5), dat wil zeggen dat de (ware) zon "voor loopt" op de middelbare (klok) zon. In die tijdvakken moet de kloktijd worden afgelezen bij het snijpunt van de schaduw van de linkerkant van de kegel met de datumlijn. In de twee andere tijdvakken, als de zon achterloopt op de klok wordt de kloktijd afgelezen bij het snijpunt van de schaduw van de rechterkant van de kegel met de datumlijn.

De vorm van de kegel en de ellips.

De vergelijking van de ellips is: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ met a , de halve lange as en b de halve korte as. Figuur 3 is een zij aanzicht van de kegel. ST is de stijl en GT de gnomon van deze zonnwijzer. $KM = LM = a$. Gamma is een vrij gekozen halve tophoek van de kegel.



Hoek GST is de hoek tussen het zonnwijzervlak en de stijl, de stijlverheffing. Bij de horizontale zonnwijzer is dit de geografische breedte phi.

In driehoek SLT is

hoek SLT = $180^\circ - (\text{phi} + \text{gamma})$

$$\frac{LT}{\sin(\text{phi})} = \frac{ST}{\sin(180^\circ - (\text{phi} + \text{gamma}))} \text{ of } LT = \frac{h \cdot \sin(\text{phi})}{\sin(\text{phi} + \text{gamma})}$$

In driehoek KST is hoek SKT + gamma = phi of hoek SKT = phi - gamma zodat

$$\frac{KL}{\sin(2 \cdot \text{gamma})} = \frac{LT}{\sin(\text{phi} - \text{gamma})} \text{ of}$$

$$2 \cdot a = \frac{LT \cdot \sin(2 \cdot \text{gamma})}{\sin(\text{phi} - \text{gamma})} = \frac{h \cdot \sin(\text{phi}) \cdot \sin(2 \cdot \text{gamma})}{\sin(\text{phi} + \text{gamma}) \cdot \sin(\text{phi} - \text{gamma})} \text{ waarmee:}$$

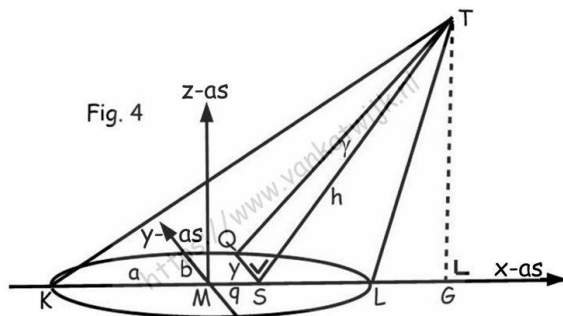
$$a = \frac{h \cdot \sin(\text{phi}) \cdot \sin(2 \cdot \text{gamma})}{2 \cdot \sin(\text{phi} + \text{gamma}) \cdot \sin(\text{phi} - \text{gamma})}$$

ZONNEWIJZERS

In driehoek SLT is $\frac{SL}{\sin(\gamma)} = \frac{ST}{\sin(180^\circ - (\phi + \gamma))}$ of $SL = \frac{h \cdot \sin(\gamma)}{\sin(\phi + \gamma)}$

$q = MS = ML - SL$ zodat

$$q = a - \frac{h \cdot \sin(\gamma)}{\sin(\phi + \gamma)}$$



In driehoek TSQ is

$$\tan(\gamma) = \frac{SQ}{ST} = \frac{y}{h} \text{ zodat}$$

voor punt Q: $y = h \cdot \tan(\gamma)$

Kies een rechtsdraaiend assenstelsel als in figuur 4.

De vergelijking van de ellips:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ of } \frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{x^2}{a^2} = \frac{a^2 - x^2}{a^2}$$

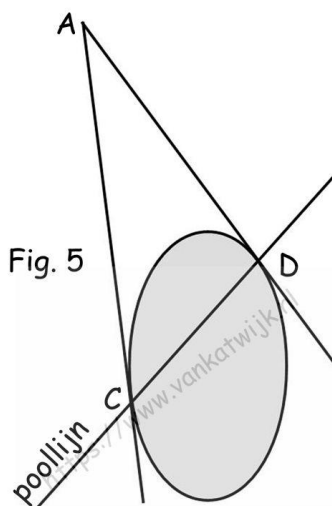
$$\text{zodat } b^2 = \frac{a^2 \cdot y^2}{a^2 - x^2} = \frac{a^2 \cdot h^2 \cdot \tan^2(\gamma)}{a^2 - x^2}$$

Voor punt Q geldt: $x = q$, Hiermee: $b^2 = \frac{a^2 \cdot h^2 \cdot \tan^2(\gamma)}{a^2 - q^2}$ zodat

$$b = \frac{a \cdot h \cdot \tan(\gamma)}{\sqrt{a^2 - q^2}}$$

De raakpunten van de lijnen vanuit punt A aan de ellips met de ellips.

Om de vergelijking van de raaklijn(en) uit punt A aan de ellips af te leiden wordt gebruik gemaakt van de poollijn van punt A ten opzichte van de ellips. De snijpunten van deze lijn zijn immers de raakpunten van de raaklijn aan de ellips.



De vergelijking van de ellips: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ kan herleid

worden tot: $\frac{b^2 x^2}{a^2 b^2} + \frac{a^2 y^2}{a^2 b^2} = 1$ of $\frac{b^2 x^2 + a^2 y^2}{a^2 b^2} = 1$

zodat: $b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$ of

$$b^2 x^2 + a^2 y^2 - a^2 b^2 = 0 \quad (1)$$

De vergelijking van de poollijn is nu:

$$b^2 x_A x + a^2 y_A y - a^2 b^2 = 0$$

De coördinaten van C en D kunnen gevonden worden door deze poollijn te snijden met de ellips. Hiertoe wordt de vergelijking van de poollijn geschreven als:

$$a^2 y_A y = a^2 b^2 - b^2 x_A x \text{ of } y = \frac{a^2 b^2 - b^2 x_A x}{a^2 y_A} \quad (2)$$

Door deze lijn te snijden met de ellips, dat wil zeggen vergelijking (2) invullen in vergelijking (1), ontstaat een vierkantsvergelijking.

$$b^2 x^2 + a^2 \left(\frac{a^2 b^2 - b^2 x_A x}{a^2 y_A} \right)^2 - a^2 b^2 = 0$$

ZONNEWIJZERS

$$b^2x^2 + a^2\left(\frac{a^4b^4 - 2a^2b^4x \cdot xA + b^4xA^2 \cdot x^2}{a^4yA^2}\right)^2 - a^2b^2 = 0$$

$$\frac{b^2x^2a^4yA^2 + a^6b^4 - 2a^4b^4x \cdot xA + a^2b^4xA^2 \cdot x^2 - a^6b^2yA^2}{a^4yA^2} = 0$$

$$a^2b^2(x^2a^2yA^2 + a^4b^2 - 2a^2b^2x \cdot xA + b^2xA^2x^2 - a^4yA^2) = 0$$

$$(a^2yA^2 + b^2xA^2)x^2 + (-2a^2b^2xA) \cdot x + (a^4b^2 - a^4yA^2) = 0$$

De discriminant van deze vergelijking is:

$$\begin{aligned} & (-2a^2b^2xA)^2 - 4 \cdot (a^2yA^2 + b^2xA^2) \cdot (a^4b^2 - a^4yA^2) = \\ & = 4a^4b^4xA^2 - 4 \cdot (a^6b^2yA^2 - a^6yA^4 + a^4b^4xA^2 - a^4b^2xA^2yA^2) = \\ & = 4a^4b^4xA^2 - 4 \cdot a^6b^2yA^2 + 4 \cdot a^6yA^4 - 4a^4b^4xA^2 + 4 \cdot a^4b^2xA^2yA^2 = \\ & 4a^4yA^2(-a^2b^2 + a^2yA^2 + b^2xA^2) \end{aligned}$$

$$\text{Zodat } x_{1,2} = \frac{2a^2b^2xA \pm \sqrt{4a^4yA^2 \cdot (-a^2b^2 + a^2yA^2 + b^2xA^2)}}{2 \cdot (a^2yA^2 + b^2xA^2)}$$

$$= \frac{a^2b^2xA \pm \sqrt{a^6yA^4 - a^6b^2yA^2 + a^4b^2xA^2yA^2}}{a^2yA^2 + b^2xA^2}$$

$$x_{1,2} = \frac{a^2b^2xA \pm a^2yA \sqrt{a^2yA^2 - a^2b^2 + b^2xA^2}}{a^2yA^2 + b^2xA^2} \quad \text{of met } a^2yA^2 - a^2b^2 + b^2xA^2 = W$$

$$x_{1,2} = \frac{a^2b^2xA \pm a^2yA \sqrt{W}}{a^2yA^2 + b^2xA^2}$$

Op bladzijde 4 naast figuur 5 is de poollijn geschreven als $y = \frac{a^2b^2 - b^2xA \cdot x}{a^2yA}$

dit is gelijk aan $y = \frac{b^2}{yA} - \frac{b^2xA}{a^2yA} \cdot x$ zodat

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{b^2}{yA} - \frac{b^2xA}{a^2yA} \cdot \frac{a^2b^2xA + a^2yA \sqrt{W}}{a^2yA^2 + b^2xA^2} \quad \text{en} \\ & \frac{a^2b^2(a^2yA^2 + b^2xA^2) - a^2b^4xA^2 - a^2b^2xAyA \sqrt{W}}{a^2yA(a^2yA^2 + b^2xA^2)} \\ &= \frac{a^2b^2yA^2 + b^4xA^2 - b^4xA^2 - b^2xAyA \sqrt{W}}{yA(a^2yA^2 + b^2xA^2)} \\ &= \frac{yA(a^2b^2yA - b^2xA \sqrt{W})}{yA(a^2yA^2 + b^2xA^2)} \\ y_1 &= \frac{a^2b^2yA - b^2xA \sqrt{a^2yA^2 - a^2b^2 + b^2xA^2}}{a^2yA^2 + b^2xA^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_2 &= \frac{b^2}{yA} - \frac{b^2xA}{a^2yA} \cdot \frac{a^2b^2xA - a^2yA \sqrt{W}}{a^2yA^2 + b^2xA^2} \\ & \frac{a^2b^2(a^2yA^2 + b^2xA^2) - a^2b^4xA^2 + a^2b^2xAyA \sqrt{W}}{a^2yA(a^2yA^2 + b^2xA^2)} \\ &= \frac{a^2b^2yA^2 + b^4xA^2 - b^4xA^2 + b^2xAyA \sqrt{W}}{yA(a^2yA^2 + b^2xA^2)} \\ &= \frac{yA(a^2b^2yA + b^2xA \sqrt{W})}{yA(a^2yA^2 + b^2xA^2)} \\ y_2 &= \frac{a^2b^2yA + b^2xA \sqrt{a^2yA^2 - a^2b^2 + b^2xA^2}}{a^2yA^2 + b^2xA^2} \end{aligned}$$

ZONNEWIJZERS

De richtingscoëfficiënten van de raaklijnen.

De vergelijking van de ellips is $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Differentiëren geeft: $\frac{2x}{a^2} + \frac{2y}{b^2} y' = 0$ of $\frac{y}{b^2} y' = -\frac{x}{a^2}$ zodat $y' = -\frac{b^2 x}{a^2 y}$

Voor punt $C(x_1, y_1)$ geldt dus $y' = -\frac{b^2 x_1}{a^2 y_1}$

Met de gevonden formules voor x_1 en y_1 geeft dit

$$\begin{aligned} y' &= -\frac{b^2 \frac{a^2 b^2 x_A + a^2 y_A \sqrt{W}}{a^2 y_A^2 + b^2 x_A^2}}{a^2 \frac{a^2 b^2 y_A - b^2 x_A \sqrt{W}}{a^2 y_A^2 + b^2 x_A^2}} = -\frac{b^2 \frac{a^2 b^2 x_A + a^2 y_A \sqrt{W}}{a^2 y_A^2 + b^2 x_A^2}}{a^2 \frac{a^2 b^2 y_A - b^2 x_A \sqrt{W}}{a^2 y_A^2 + b^2 x_A^2}} = -\frac{b^2 x_A + y_A \sqrt{W}}{a^2 y_A - x_A \sqrt{W}} = \\ &= -\frac{b^2 x_A + y_A \sqrt{W}}{a^2 y_A - x_A \sqrt{W}} \cdot \frac{a^2 y_A + x_A \sqrt{W}}{a^2 y_A + x_A \sqrt{W}} = -\frac{a^2 b^2 x_A y_A + b^2 x_A^2 \sqrt{W} + a^2 y_A^2 \sqrt{W} + x_A y_A W}{a^4 y_A^2 - x_A^2 W} = \\ &= -\frac{a^2 b^2 x_A y_A + b^2 x_A^2 \sqrt{W} + a^2 y_A^2 \sqrt{W} + x_A y_A (a^2 y_A^2 - a^2 b^2 + b^2 x_A^2)}{a^4 y_A^2 - x_A^2 (a^2 y_A^2 - a^2 b^2 + b^2 x_A^2)} = \\ &= -\frac{a^2 b^2 x_A y_A + (b^2 x_A^2 + a^2 y_A^2) \sqrt{W} + a^2 y_A^3 x_A - a^2 b^2 x_A y_A + b^2 x_A^3 y_A}{a^4 y_A^2 - a^2 x_A^2 y_A^2 + a^2 b^2 x_A^2 - b^2 x_A^4} = \\ &= -\frac{(b^2 x_A^2 + a^2 y_A^2) \sqrt{W} + a^2 y_A^3 x_A + b^2 x_A^3 y_A}{a^2 y_A^2 (a^2 - x_A^2) + b^2 x_A^2 (a^2 - x_A^2)} = \\ &= -\frac{x_A y_A (a^2 y_A^2 + b^2 x_A^2) + (b^2 x_A^2 + a^2 y_A^2) \sqrt{W}}{(a^2 y_A^2 + b^2 x_A^2) (a^2 - x_A^2)} \end{aligned}$$

Hiermee is de Richtings Coëfficiënt

$$\text{Bij punt } (x_1, y_1) \quad y' = \frac{-x_A y_A - \sqrt{a^2 y_A^2 - a^2 b^2 + b^2 x_A^2}}{(a^2 - x_A^2)}$$

$$\text{Bij punt } (x_2, y_2) \quad y' = \frac{-x_A y_A + \sqrt{a^2 y_A^2 - a^2 b^2 + b^2 x_A^2}}{(a^2 - x_A^2)}$$

Berekening van de coördinaten van de punten A en B.

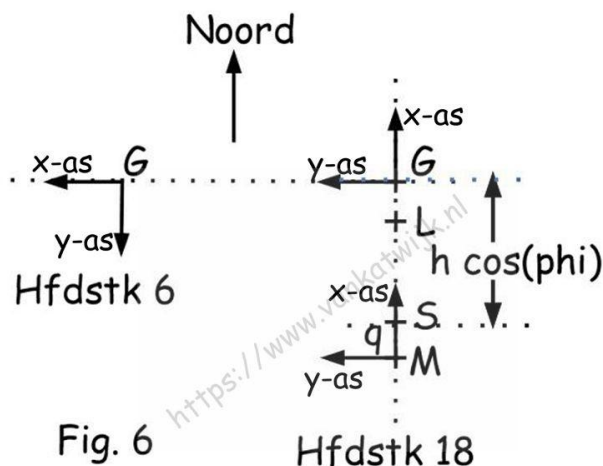
In onderstaande wordt uitgegaan van een horizontale vlakke zonnenuijzer.

Bij een niet gedraaide ($d=0$) en niet gekantelde ($i=0$) is in Hoofdstuk 6 gevonden:

$$\begin{aligned} x_0 &= \sin(P) \cos(\text{decl}) & x_3 &= x_2 = x_1 = x_0 & x &= x_3 \frac{g}{z_3} \\ y_0 &= \cos(P) \cos(\text{decl}) & y_3 &= y_2 = y_1 = y_0 \sin(b) - z_0 \cos(b) & y &= y_3 \frac{g}{z_3} \\ z_0 &= \sin(\text{decl}) & z_3 &= z_2 = z_1 = y_0 \cos(b) + z_0 \sin(b) \end{aligned}$$

ZONNEWIJZERS

In Hoofdstuk 6 is echter een ander assenstelsel gekozen dan in dit hoofdstuk



Het linker assenstelsel in figuur 6 is het in Hoofdstuk 6 gebruikte assenstelsel. Het voetpunt van de gnomon, punt G , is hier de oorsprong van het assenstelsel met de x -as naar het westen en de y -as naar het zuiden. In dit hoofdstuk over de kegel zonnwijzer is het assenstelsel gekozen met punt M , het middelpunt van de ellips als oorsprong met de x -as naar het noorden en de y -as naar het westen. Voor de transformatie van de formules uit Hoofdstuk 6 geldt dus:

Eerst roteren over een hoek van 90° om de z -as en daarna langs de x -as transleren over de afstand $GM = q + h \cos(\phi)$ (zie figuur 3)

In Hoofdstuk 6 is gevonden:

Coördinaten ten opzichte van de (hemel-)equator

$$x_0 = \sin(P) * \cos(\text{decl}) \quad y_0 = \cos(P) * \cos(\text{decl}) \quad z_0 = \sin(\text{decl})$$

Coördinaten ten opzichte van de horizon zijn:

$$x_1 = x_0 \quad y_1 = y_0 \sin(b) - z_0 \cos(b) \quad z_1 = y_0 \cos(b) + z_0 \sin(b)$$

als $z_1 < 0$ dan is de zon (onzichtbaar) onder de horizon is.

Omdat in dit hoofdstuk uitgegaan wordt van een horizontale ($i = 0$) en niet gedraaide ($d = 0$) vlakke zonnwijzer geldt voor de overige formules:

$$x_3 = x_2 = x_1 \quad y_3 = y_2 = y_1 \quad z_3 = z_2 = z_1$$

De coördinaten van het schaduwpunt van de top van de gnomon op het zonnwijzervlak

$$x = x_3 * g / z_3 \quad g \text{ is de lengte van de gnomon, in dit geval dus } g = TG \text{ (fig. 3)} = h \sin(\phi)$$

$$y = y_3 * g / z_3 \quad \text{Controleer of } x \text{ en } y \text{ binnen het zonnwijzervlak vallen}$$

De formule voor rotatie om de z -as is:

$$R_z(\phi) = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Met $\phi = 90^\circ$ geeft dit: $x' = y = y_3 * g / z_3$ en $y' = -x = -x_3 * g / z_3$

Door de translatie over de afstand $q + h \cos(\phi)$ verandert alleen de (nieuwe) x coördinaat zodat t.o.v. dit assenstelsel geldt:

$$X = y_3 * g / z_3 + q + h \cos(\phi) \quad \text{en} \quad Y = -x_3 * g / z_3$$

ZONNEWIJZERS

Keuze voor de juiste raaklijnen aan de ellips.

In figuur 2 is te zien dat het schaduwpunt van de top van de gnomon rechts op de datumlijn ligt als de zonnetijd voor loopt op de kloktijd. Dat wil zeggen dat op data d1 en d2 met gelijke declinatie op kloktijd t1 de berekende Y_A kleiner is dan Y_B (positieve Y-as naar het westen / naar links).

Omgekeerd, als op kloktijd t1 de berekende Y op datum d1 kleiner is dan de berekende Y op datum d2, dan hoort de eerst berekende Y bij punt A in figuur 2 en raakt de raaklijn de ellips aan de linkerkant (naar het noorden kijkend) en de tweede berekende Y bij punt B met de raaklijn aan de rechterzijde van de ellips.

De punten A en B worden berekend met de formules uit Hoofdstuk 6 en de onderliggende formules uit Hoofdstuk 7 (zie ook Hoofdstuk 16).

Snijpunt van de raaklijnen bepalen.

Op datum1 zijn de coördinaten van het schaduwpunt van de top van de gnomon (X_1, Y_1).

Op datum2 zijn de coördinaten op dezelfde kloktijd (X_2, Y_2).

Als $Y_1 < Y_2$, dan $X_A = X_1$, $Y_A = Y_1$, $X_B = X_2$ en $Y_B = Y_2$

Als $Y_1 > Y_2$, dan $X_A = X_2$, $Y_A = Y_2$, $X_B = X_1$ en $Y_B = Y_1$

De richtingscoëfficiënt van de raaklijn vanuit punt A is

$$RC1 = y' = \frac{-x_A y_A + \sqrt{a^2 y_A^2 - a^2 b^2 + b^2 x_A^2}}{(a^2 - x_A^2)}$$

De richtingscoëfficiënt van de raaklijn vanuit punt B is

$$RC2 = y' = \frac{-x_B y_B - \sqrt{a^2 y_B^2 - a^2 b^2 + b^2 x_B^2}}{(a^2 - x_B^2)}$$

De vergelijking van een lijn is: $y = m \cdot x + n$

Voor de vergelijking van de raaklijn vanuit A geldt dan: $Y_A = RC1 \cdot X_A + n_1$ zodat

$n_1 = Y_A - RC1 \cdot X_A$, waarmee de vergelijking is: $y = RC1 \cdot x + Y_A - RC1 \cdot X_A$

Zo is de vergelijking van de raaklijn door B: $y = RC2 \cdot x + Y_B - RC2 \cdot X_B$

Voor het snijpunt van de raaklijnen geldt:

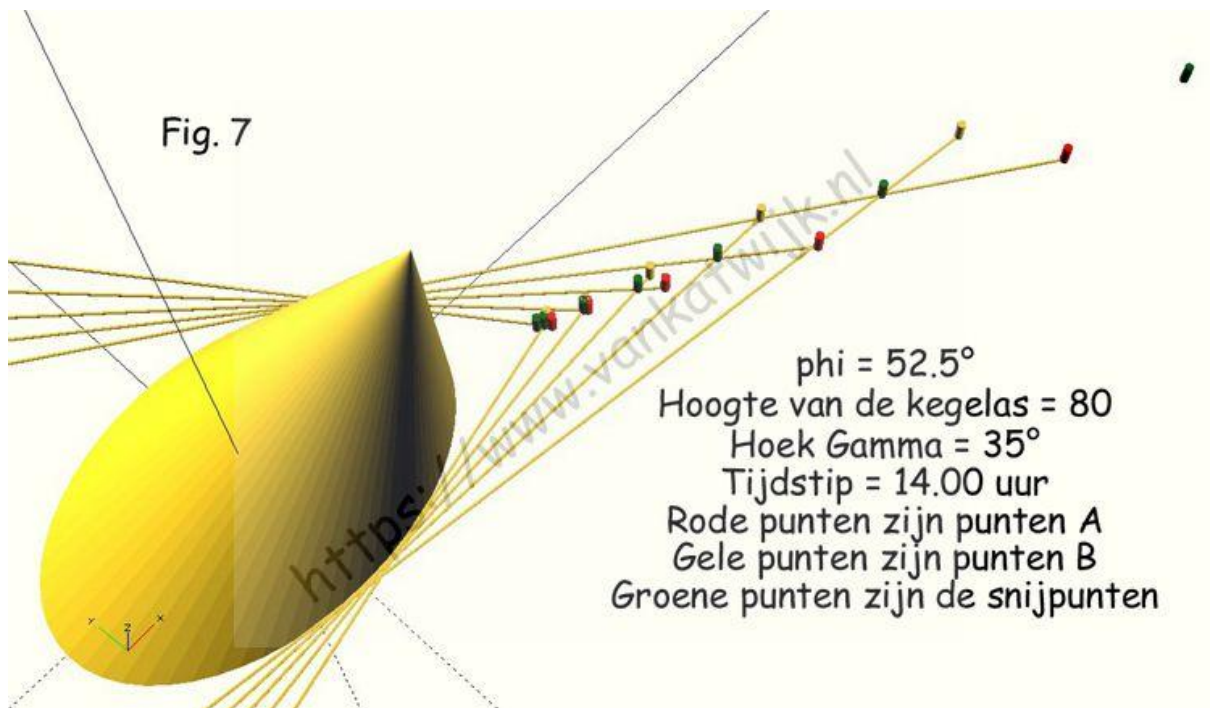
$RC1 \cdot X_S + Y_A - RC1 \cdot X_A = RC2 \cdot X_S + Y_B - RC2 \cdot X_B$ of

$RC1 \cdot X_S - RC2 \cdot X_S = Y_B - RC2 \cdot X_B - Y_A + RC1 \cdot X_A$ zodat

$$X_S = \frac{Y_B - RC2 \cdot X_B - Y_A + RC1 \cdot X_A}{(RC1 - RC2)} \text{ en}$$

$$Y_S = RC1 \cdot X_S + Y_A - RC1 \cdot X_A \quad \text{of} \quad Y_S = RC2 \cdot X_S + Y_B - RC2 \cdot X_B$$

ZONNEWIJZERS



Bovenstaand een 3D tekening met getekende raaklijnen en de gewenste groene snijpunten die de datum- en tijdlijnen zullen vormen.

Berekenen van datum d2 als datum d1 bekend is.

Uitgaande van Steenbok, 22 december (dagnummer 356), het wintersolstium of de winterzonnewende (zie Hoofdstuk 1) is de declinatie van de zon x dagen hierna hetzelfde als x dagen hiervoor.

De tijdvereffening wordt wel apart voor beide data berekend.

In Hoofdstuk 7 zijn formules gegeven voor het dagnummer bij een bepaalde datum en de daarbij behorende declinatie en tijdvereffening. Op 9 oktober is $d_n = d_1 = 282$, dat

Dagen na		5-mrt		8-okt		9-okt		10-okt
0 januari		64		281		282		283
L =	-0,30248	-17,330572	3,43053	196,5549	3,447733	197,5405	3,464936	198,5262
TV =	-696,53	-11,608833	737,6337	12,2939	754,5944	12,57657	771,1184	12,85197
Lambda=	-0,27339	-15,664101	3,397141	194,6419	3,414371	195,629	3,43161	196,6168
Epsilon=	0,409061	23,43746	0,409061	23,43746	0,409061	23,43746	0,409061	23,43746
Decl =	-0,1076	-6,1649289	-0,10071	-5,77034	-0,10736	-6,15142	-0,11399	-6,53117

is 74 dagen voor dag 356. d2, de dag met dezelfde declinatie, is dan te berekenen met $d_2 = 355 + 74 (-365) = 64$, dat is op 5 maart. In de tabel zijn de verschillende waarden

voor de tijdvereffening en de declinatie berekend (**bedenk dat voor deze berekende tijdvereffening geldt: $WT = MT + tv$**). De declinatie op 9 oktober is nagenoeg gelijk aan de declinatie op 5 maart. Het lijkt voor zonnewijzers acceptabel om uitgaande van dag 356, d1 te berekenen met $d_1 = 356 - i$ en het dagnummer met dezelfde declinatie te berekenen met $d_2 = 355 + i$ (-365 als $d_2 > 365$) en daarna voor beide data uit te gaan van de declinatie bij d1.

ZONNEWIJZERS

Op welke data wisselt de tijdvereffening van teken?

Op bladzijde 3 is gesteld dat de tijdvereffening (tv; $MT = WT + tv$) negatief is van ongeveer 1 september tot de tweede helft van december en van ongeveer half april tot de tweede helft van juni. In onderstaande tabel zijn de data aangegeven waarop $tv = \pm 0$.

Dagen na		16-apr		13-jun		2-sep		25-dec
0 januari		106		164		245		359
L =	0,420042	24,066616	1,417804	81,23416	2,81123	161,0716	4,772348	273,4354
TV =	4,545502	0,0757584	3,090064	0,051501	7,579002	0,126317	12,19968	0,203328
Lambda =	0,452718	25,938831	1,430048	81,93569	2,783248	159,4684	4,766575	273,1047
Epsilon =	0,409061	23,43746	0,409061	23,43746	0,409061	23,43746	0,409061	23,43746
Decl =	0,174869	10,019272	0,404778	23,19206	0,139956	8,018905	-0,40842	-23,401

De zon "loopt voor" op de klok, dus $tv > 0$ ($MT = WT + tv$) van 16 april tot 13 juni (groene lijn in figuur 1 en figuur 2) en van 2 september tot 25 december (rode lijn), dit zijn de punten A. Dat wil

zeggen dat in deze tijdvakken de kloktijd wordt afgelezen bij het snijpunt van de schaduw van de linkerkant van de kegel met de betreffende datumlijn. Van 25 december tot 16 april (groene lijn) en van 13 juni tot 2 september (rode lijn) "loopt de zon achter", dit zijn de punten B. In deze tijdvakken moet de kloktijd worden afgelezen bij het snijpunt van de schaduw van de rechterkant van de kegel met de betreffende datumlijn.

Een 3D tekening van de kegelzonnwijzer

Figuur 8 is gemaakt met het 3D ontwerp programma OpenSCAD en kan met een 3D printer gemaakt worden. Voor de datumlijnen is gekozen voor de data van de dierenriem, dat wil zeggen van bovenaf: 22/12, 20/01 met 22/11, 19/02 met 23/10, 21/03 met 23/09, 20/04 met 23/08, 21/05 met 23/07 en 21/06. Zie eventueel ook Hoofdstuk 16, bladzijde 2.

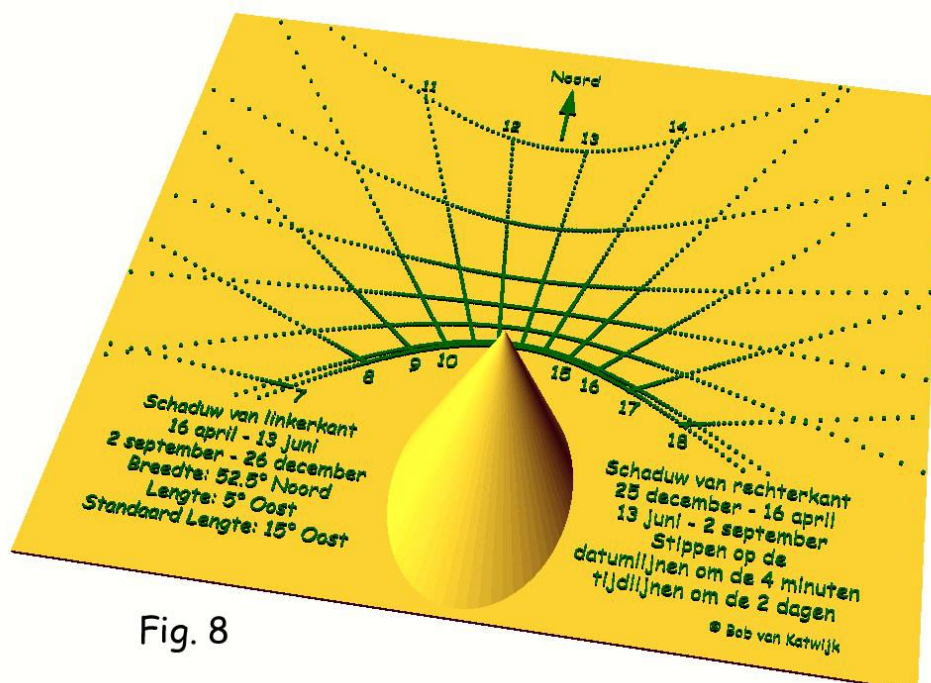


Fig. 8