ZONNEWIJZERS

Hoofdstuk 11 De Monofilaire Zonnewijzer

Inhoud:

Inleiding

Het bijzondere van de monofilaire zonnewijzer is dat, net als bij de bifilaire polaire zonnewijzer, zowel de uurlijnen als de datumlijnen evenwijdige rechte lijnen zijn. Bij deze zonnewijzer moet de datum bekend zijn om de tijd af te lezen en omgekeerd.

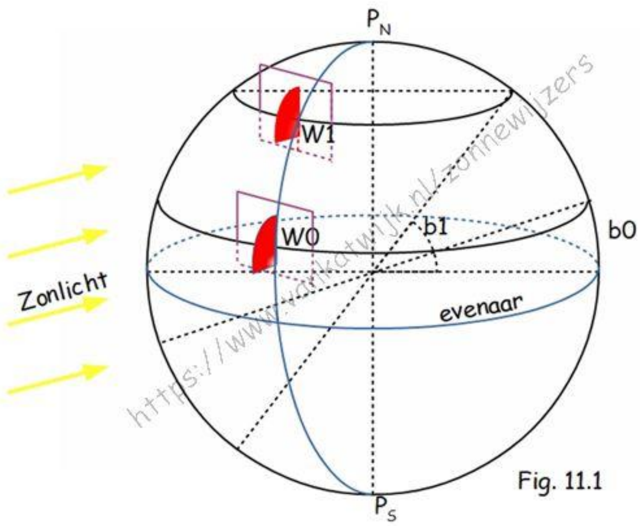


Fig. 11.1

In figuur 11.1 zijn b0 en b1 de geografische breedtes van de plaatsen waar de zonnewijzer geplaatst gaat worden. Het paars omrande vlak is het projectie-(zonnewijzer-)vlak evenwijdig aan de aardas en de Oost-West-richting. Het rode vlak is een gekromd, schaduwgevend vlak in Noord-Zuid-richting en loodrecht op het paarse vlak. Zoals te zien is, is de positie van de zonnewijzer ten opzichte van de richting van het zonlicht onafhankelijk van de breedte waarop de zonnewijzer zich bevindt. Dat wil zeggen dat de constructie van de zonnewijzer op een willekeurige breedte b gelijk is aan die op de evenaar. De monofilaire zonnewijzer is dus goed te vergelijken met de polaire zuid zonnewijzer en de bifilaire polaire zonnewijzer. De monofilaire (polaire) zonnewijzer

Fig. 11.2

van figuur 11.2 is gemaakt in OpenSCAD en kan geprint worden met een 3D printer. Het schaduwvlak is cirkelvormig. In een eerdere publicatie van de monofilaire zonnewijzer ben ik uitgegaan van de foutieve veronderstelling dat de punten A en C (zie de figuren 11.3, 11.4 en 11.5) altijd samenvallen. Door die aanname leken er meer mogelijke schaduwgevende vlakken te zijn, hetgeen dus niet juist was.

Het assenstelsel

Kies een rechtsdraaiend assenstelsel als in figuur 11.3, de x-as naar het Oosten gericht, de y-as evenwijdig aan de aardas richting de Noordpool en de z-as loodrecht hierop.

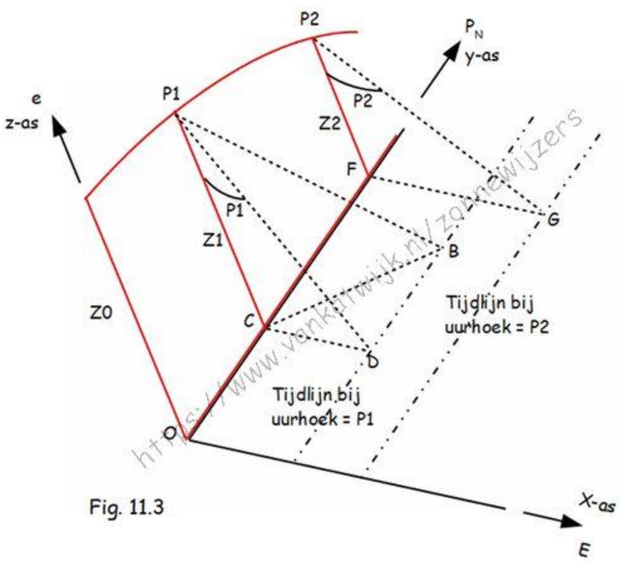


Fig. 11.3

Het x-z-vlak ofwel het vlak eOE is dan dus evenwijdig aan het equatorvlak. Het (rode) schaduwgevende vlak is in z richting gekromd en ligt in het eOP_N ofwel het meridiaanvlak van de waarnemer.

Tijdlijnen

Merk op dat de “gewone” polaire zuid zonnewijzer met een vaste gnomonlengte evenwijdige rechte uurlijnen heeft. Op een bepaalde tijd, met uurhoek P1, moet de gnomon CP1 daarom ongeacht de datum vast staan om de tijd op een rechte lijn, evenwijdig aan de aardas af te kunnen lezen. Op deze tijdlijn zijn de data af te lezen bij D en B. Bij een andere tijd, dus een andere uurhoek, hoort een andere tijdlijn, maar dus ook een andere hoogte van de gnomon, zoals bijvoorbeeld FP2 bij uurhoek P2.

ZONNEWIJZERS

Datumlijnen

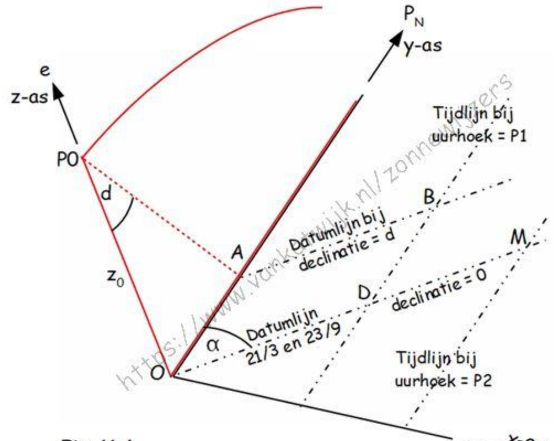


Fig. 11.4

Ook de datumlijnen moeten evenwijdige rechte lijnen zijn. Zij maken een hoek alfa met de y-as. Om 12.00 ware tijd, als P=0 (en d=0) valt de gnomon samen met de z-as; de datumlijn van 21/3 en 23/9 gaat dus door de oorsprong. In figuur 11.4 geeft punt D de situatie in de middag op deze data als de zonsdeclinatie nul is. Na de middag verandert de uurhoek waardoor het snijpunt met de tijdlijn over de datumlijn van 21/3 en 23/9 verschuift, bijvoorbeeld naar punt M als de uurhoek P2 is. Als op een andere datum (declinatie = d) de zon in de meridiaan staat (12.00 uur ware tijd) dan valt de schaduw van P0 in A waarbij hoek O-P0-A de declinatie is. De datumlijn bij deze declinatie maakt ook een hoek alfa met de y-as. Op deze dag, bij deze declinatie, gaat de datumlijn dus door de tijdlijn van P1 in punt B. Als $OP_0 = z_0$, dan is de afstand OA = z_0*tan(d).

Constructie van de tijd- en datumlijnen

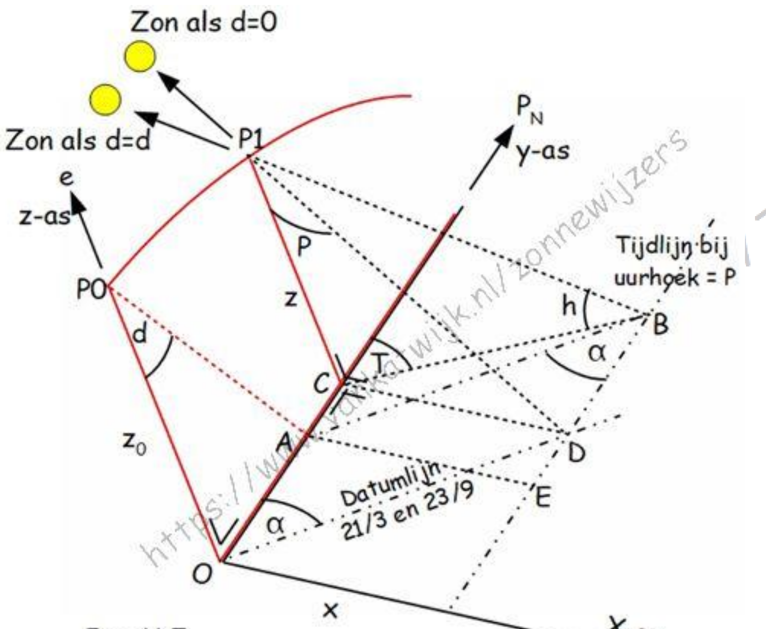


Fig. 11.5

Teken een x-y-z assenstelsel. Kies een functie voorschrift voor het schaduwgevende vlak (z = f(y)). Teken punt P0 op de z-as. Zet vanuit P0 een hoek gelijk aan de declinatie (d) van de betreffende datum in het y-z vlak af. Dit geeft punt A. Kies een waarde voor alfa en teken vanuit O en A de datumlijnen onder een hoek alfa met de y-as. Nu moet op de datumlijn door O punt D zo gevonden worden dat CD = OC*tan(alfa) en CD = CP1*tan(P) met P een willekeurige uurhoek. Of: x = y_C * tan(alfa) en x = z * tan(P) of x = f(y_C) * tan(P)
Dit is te schrijven als: f(y_C) * tan(P) - y_C * tan(alfa) = 0 en wel op te lossen met doelzoeken in Excel bij bekende f, P en alfa, maar deze vergelijking geldt alleen voor de datumlijn van 21/3 en 23/9.

ZONNEWIJZERS

De constructie moet echter ook gelden als de declinatie ≠ 0.
Als de declinatie = d dan is het snijpunt van de datumlijn en de tijdlijn punt B. Vanuit B staat de zon in de richting BP1. Dat wil zeggen dat hoek BCP_N het azimut en hoek CBP1 de hoogte van de zon is.

Formules voor hoogte en azimut uit hoofdstuk 1

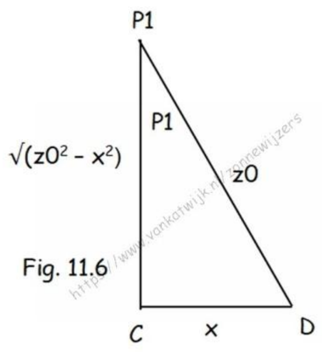
In hoofdstuk 1 is gevonden: **sin(**h) = sin(b) sin(d) + cos(b) cos(d) cos(P) zodat
op de evenaar als b = 0 geldt: sin(h) = cos(d) cos(P) en
cos(T) = (sin(d) – sin(b) sin(h)) / (cos(b) cos(h)) zodat
op de evenaar als b = 0 geldt: cos(T) = $\frac{\sin(d)}{\cos(h)}$ of met de cotangensregel:
cotan(T)sin(P) = tan(d)cos(b) – sin(b)cos(P)
op de evenaar als b = 0 geldt: tan(T) = $\frac{\sin(P)}{\tan(d)}$

De vorm van het schaduwgevende vlak

In figuur 11.5 is tan(d) = $\frac{OA}{OP0}$ = $\frac{OA}{z0}$, zodat **OA = z_0 * tan(d)**.

tan(alfa) = tan(hoek ABE) = $\frac{AE}{BE}$ = $\frac{x}{BE}$ zodat BE = $\frac{x}{\tan(alfa)}$
tan(T) = tan(hoek CBD) = $\frac{CD}{BD}$ = $\frac{x}{BD}$ zodat BD = $\frac{x}{\tan(T)}$ = $\frac{x*\tan(d)}{\sin(P)}$
AC = DE = BE – BD = $\frac{x}{\tan(alfa)}$ - $\frac{x*\tan(d)}{\sin(P)}$
y_C = OC + OA + AC = z_0*tan(d) + $\frac{x}{\tan(alfa)}$ - $\frac{x*\tan(d)}{\sin(P)}$

tan(P) = $\frac{CD}{CP1}$ = $\frac{x}{z}$ zodat z = $\frac{x}{\tan(P)}$
tan(alfa) = $\frac{CD}{OC}$ = $\frac{x}{yC}$ zodat y_C = $\frac{x}{\tan(alfa)}$
Hiermee: y_C = z_0*tan(d) + y_C - $\frac{x*\tan(d)}{\sin(P)}$ zodat z_0*tan(d) = $\frac{x*\tan(d)}{\sin(P)}$
z_0*tan(d)*sin(P) = x*tan(d) of z_0*tan(d)*sin(P) - x*tan(d) = 0
tan(d)*(z_0*sin(P) - x) = 0 waarmee tan(d) = 0 of z_0*sin(P) – x = 0
dat wil zeggen: x = z_0*sin(P) of sin(P) = $\frac{x}{Z0}$



Uit figuur 11.6 volgt dan dat:
$CP1 = z = \sqrt{Z0^2 - x^2}$
Bovenstaand en uit figuur 11.5:
$\tan(alfa) = \frac{x}{yC}$ zodat $x = y_C * \tan(alfa)$ zodat ook:
$z = \sqrt{(Z0^2 - y_C^2 * \tan^2(alfa))}$
Het schaduwgevende vlak lijkt dus een ellips te moeten zijn. Probleem is nog dat x, y_C en z nu wel in elkaar en in P en alfa zijn uitgedrukt, maar nog niet expliciet in z_0, P, d en alfa.

Coördinaten expliciet uitgedrukt in z_0, alfa, P en d

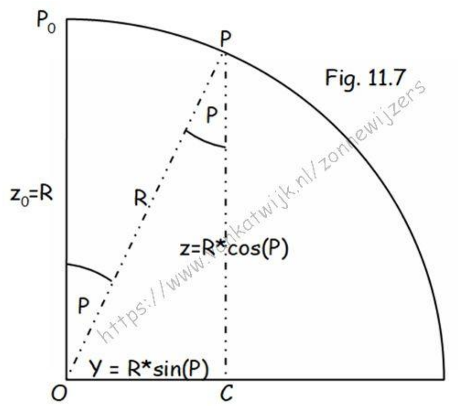
$\tan(h) = \frac{CP1}{BC} = \frac{z}{BC}$ zodat $BC = \frac{z}{\tan(h)}$

$BD = OA = z_0 * \tan(d)$

$\cos(T) = \frac{BD}{BC} = \frac{Z0 * \tan(d) * \tan(h)}{z}$

$z = \frac{Z0 * \tan(d) * \tan(h)}{\cos(T)} = \frac{Z0 * \cancel{\cos(h)} * \cancel{\sin(d)} * \sin(h)}{\cancel{\sin(d)} * \cos(d) * \cancel{\cos(h)}} = z_0 * \cos(P)$

Dat wil zeggen dat het schaduwgevende vlak een cirkel moet zijn.



In figuur 11.7 is z_0 = R, de straal van de schaduwgevende cirkel.
$\tan(P) = \frac{x}{z}$ (zie figuur 11.5)
$\tan(P) = \frac{y}{z}$ (zie figuur 11.7)
Hieruit: $x = y \tan(alfa) = \frac{x}{y}$ (zie figuur 11.5)
Dat wil zeggen dat alfa = 45°

Samenvatting van de relaties

$x = z_0 * \tan(d) * \tan(alfa) = y * \tan(alfa)$
$y = z_0 * \tan(d)$
$z = z_0 * \cos(P)$

ZONNEWIJZERS

De zonnewijzer kan nu eenvoudig getekend worden

Neem als oorsprong van het assenstelsel het middelpunt van de schaduwgevende cirkel, de x-as in de richting Oost, de y-as evenwijdig aan de aardas en de z-as loodrecht op de x- en de y-as (en dus in het equatorvlak).

R is de straal van de schaduwgever in het y-z-vlak.

Neem (bijvoorbeeld) de uurhoek van -90° tot $+90^\circ$ met stappen van 15°.

De uurlijnen liggen dan evenwijdig aan de y-as op x = R*sin(uurhoek).

D.w.z. de maximale uitwijking in de x-richting is $R*\sin(90^\circ) = R$.

De datumlijnen zijn lijnen met vergelijking y = x + R*tan(d)

Merk op dat de lengte van de uurlijnen $2*R*\tan(23^\circ{,}45)$ is; ($23^\circ{,}45$ is de max declinatie van de zon)

De lengte van de datumlijnen is $R/\sin(45^\circ)$.

Onderstaande tekening van de datum- en tijdlijnen is gemaakt met het zonnewijzer programma.