Hoofdstuk 10 De Bifilaire Polaire Zonnewijzer

Inhoud:

Inleiding	blz. 10.1
De bifilaire polaire zonnewijzer op de evenaar	blz. 10.2
De uurlijnen	blz. 10.2
De vorm van het Oost-West-vlak	blz. 10.2
Samengevat	blz. 10.4
x_B expliciet als functie van z_B	blz. 10.4

Inleiding

De bifilaire zonnewijzer, uitgevonden door Hugo Michnik, is besproken in Hoofdstuk 9. Bij de bifilaire polaire zonnewijzer zijn tijd en datum af te lezen op een vlak dat evenwijdig is aan de aardas en aan de Oost-West-richting. Het bijzondere van deze zonnewijzer is dat zowel de uurlijnen als de datumlijnen rechte lijnen zijn.

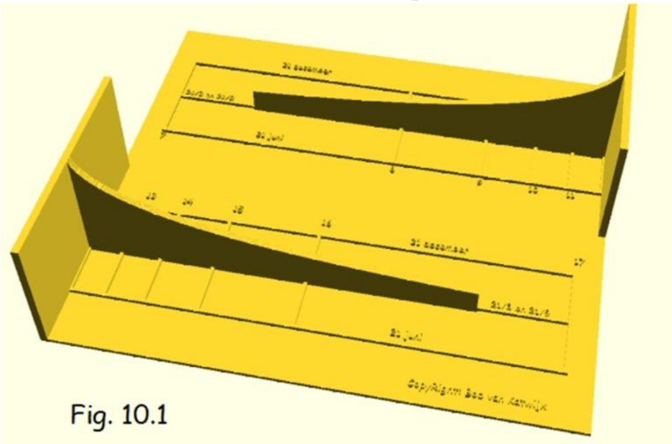
Fig. 10.1

De bifilaire polaire zonnewijzer in figuur 10.1 is gemaakt in OpenSCAD en kan geprint worden met een 3D printer.

Figuur 10.2 is een afbeelding van de aarde met zonnewijzers op geografische breedtes b0 en b1. Het paars omrande vlak is het zonnewijzervlak evenwijdig aan de aardas en de Oost-West-richting.

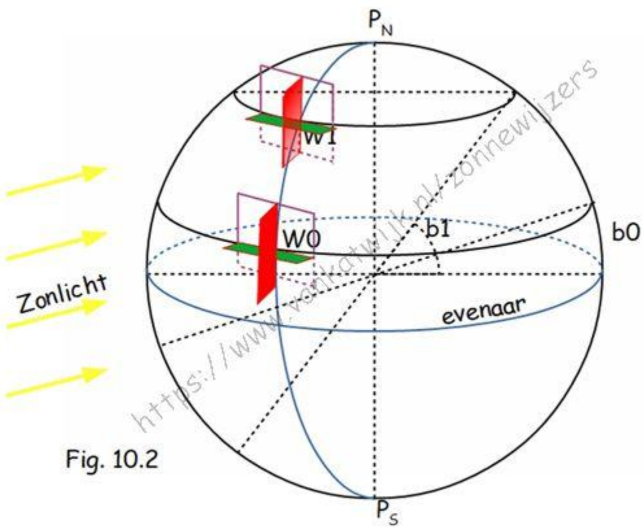

Fig. 10.2

Het rode vlak is een vlak in Noord-Zuid-richting en loodrecht op het paarse vlak. Het groene vlak is een vlak in Oost-West-richting en loodrecht op het paarse vlak. Zoals te zien is, is de positie van de zonnewijzer ten opzichte van de richting van het zonlicht, net als bij alle polaire zonnewijzers, onafhankelijk van de breedte waarop de zonnewijzer zich bevindt.

Dat wil zeggen dat de constructie van de zonnewijzer op een willekeurige breedte b gelijk is aan die op de evenaar.

ZONNEWIJZERS

De bifilaire polaire zonnewijzer op de evenaar

Op de evenaar valt het paarse zonnewijzervlak samen met het horizontale vlak. In onderstaande wordt de situatie daarom getekend zoals deze op de evenaar is. Kies de oorsprong van een assenstelsel in het zonnewijzervlak op de snijlijn van het groene en het rode vlak. De x-as ligt in het groene vlak, positief naar het oosten. De y-as ligt in het rode vlak, positief naar het noorden. De z-as staat loodrecht op het zonnewijzervlak (rechtsdraaiend assenstelsel). De hoek die het meridiaanvlak van de zonnewijzer (is ook het rode vlak) maakt met de uurcirkel ("meridiaan") over de zon is de Uurhoek P.

De uurlijnen

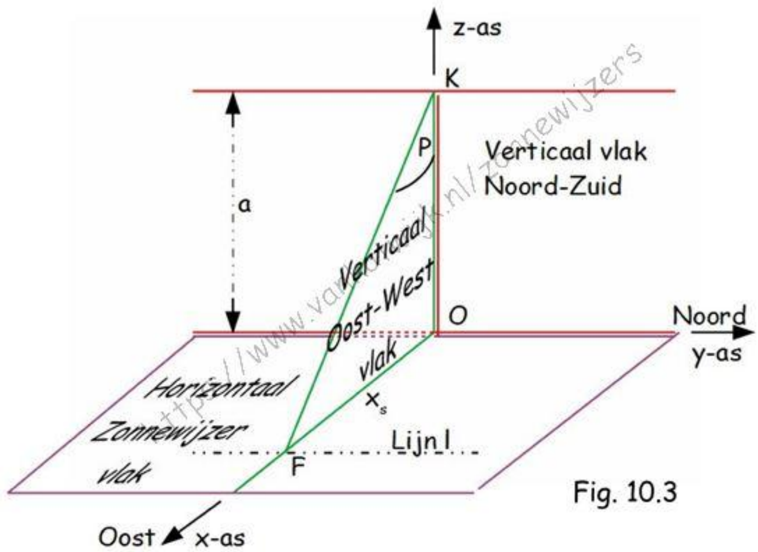

Fig. 10.3

De bovenrand van het rode Noord-Zuid-vlak is een rechte lijn. De hoogte van de bovenrand van dit rode vlak is a. Het rode vlak geeft schaduwlijn l. Het snijpunt met de schaduwlijn van het Oost-West vlak (zie figuur 10.4) is S. Dit is het punt waar tijd en datum zijn af te lezen.
In figuur 10.3 is tan(P) = OF/OK = x_S/a.

Hieruit $\mathbf{x_S = a \tan(P)}$. De uurlijnen van deze zonnewijzer zijn dus altijd Noord-Zuid lopende rechte lijnen.

De vorm van het Oost-West-vlak

De vraag is nu wat voor vorm het groene Oost-West vlak moet hebben zodat ook de datumlijnen rechte lijnen worden. Zoals x_S afhankelijk is van de uurhoek P zal y_S afhankelijk zijn van de zonsdeclinatie d. Als voor elke uurhoek (elk tijdstip) geldt dat $\mathbf{y_S = a \tan(d)}$ dan zijn de datumlijnen rechte lijnen. De formules voor x_B en z_B van punt B in onderstaande figuur worden als volgt bepaald.

ZONNEWIJZERS

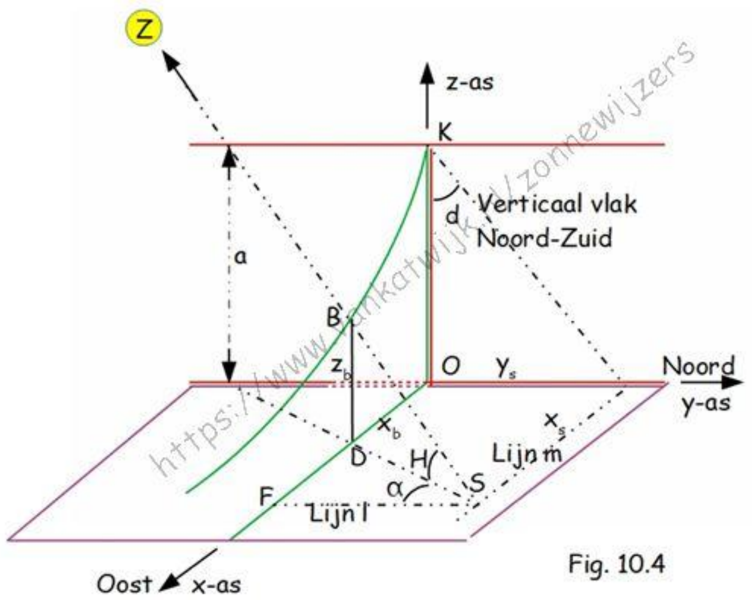

Fig. 10.4

x_B = OD = OF – FD = x_S – FD.
α = Ware Peiling - 180° =
= WP - 180°
In de figuur is tan(α) = FD/FS = FD/y_S; hieruit:
FD = y_S tan(α) zodat
$x_B = x_S - y_S \tan(\alpha)$.
tan(d) = y_S / OK = y_S / a of
y_S = a tan(d)
x_S = a tan(P) (zie boven)
zodat:
x_B = a*tan(P) – a*tan(d)*tan(α)

Op de evenaar, breedte = 0, geldt
sin(h) = cos(d) cos(P) (zie Hoofdstuk 1 blz. 8) **en**
cos(T) = sin(d)/cos(h) (zie Hoofdstuk 1 blz. 9) zodat cos(α) = |sin(d) / cos(h)|

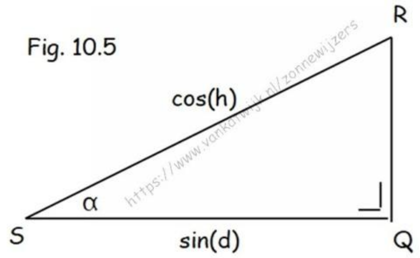

Fig. 10.5

M.b.v. figuur 10.5 is eenvoudig te zien dat:
QR2 = $\cos^2(h) - \sin^2(d)$ =
= $(1 - \sin^2(h)) - (1 - \cos^2(d))$ =
(en omdat sin(h) = cos(d) cos(P))
= -cos2(d) cos2(P) + cos2(d) =
= cos2(d) (1 – cos2(P)) =
= cos2(d) sin2(P)

zodat **QR = cos(d) sin(P)**
Hiermee **tan(α) = cos(d) sin(P) / sin(d)**
x_B = a tan(P) – a tan(d) tan(α) (zie blz. 2)
x_B = a tan(P) – a (sin(d) / cos(d)) (cos(d) sin(P) / sin(d))
x_B = a tan(P) – a (~~sin(d)~~ / ~~cos(d)~~) (~~cos(d)~~ sin(P) / ~~sin(d)~~)
zodat **x_B = a tan(P) – a sin(P)**

ZONNEWIJZERS

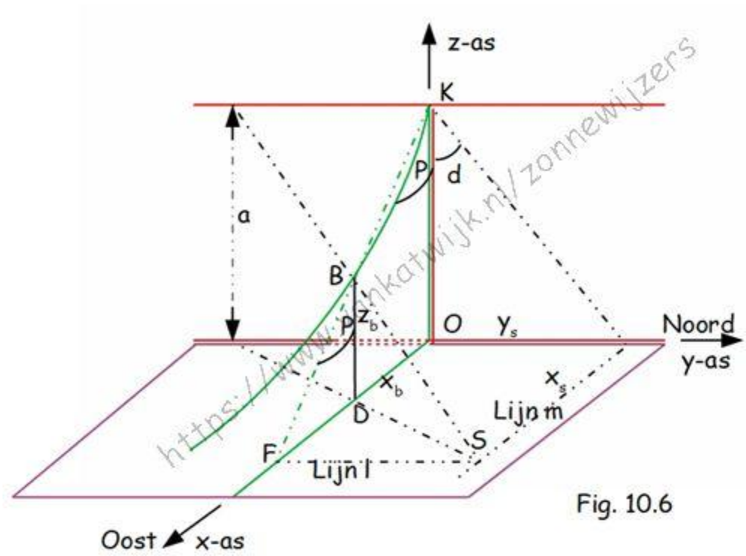

Fig. 10.6

In figuur 10.6 is
Hoek DBF = hoek OKF = P
OF = x_S = a tan(P)
(zie onder fig 10.3 op blz. 2)
FD = OF – x_B =
a tan(P) – (a tan(P) – a sin(P)) =
= a sin(P)
Tan(P) = FD / BD =
= a sin(P) / z_B
Hiermee: z_B = a sin(P) / tan(P)
z_B = a cos(P)
Merk op dat hieruit volgt dat
BF = a.

Samengevat:

Kies een Noord-Zuid draad (of bovenrand van een vlak) op hoogte a (z = a).
Kies een Oost-West draad (of bovenrand van een vlak) met coördinaten

x_B = a tan(P) – a sin(P)   en z_B = a cos(P)   (y_B = 0)

De uurlijnen lopen nu evenwijdig aan het Noord-Zuid vlak op een afstand x_S = a tan(P).
De datumlijnen lopen evenwijdig aan het Oost-West vlak op een afstand y_S = a tan(d).

x_B expliciet als functie van z_B

z_B = a cos(P) (zie blz. 3) zodat cos(P) = z_B / a

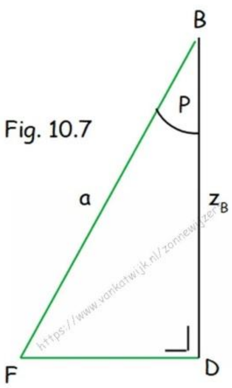

Fig. 10.7

Uit figuur 10.7: $\tan(P) = \sqrt{a^2 - z_B^2} / z_B$ en
$\sin(P) = \sqrt{a^2 - z_B^2} / a$

Op bladzijde 3 gevonden: x_B = a tan(P) – a sin(P)

$$x_B = a*\sqrt{a^2 - z_B^2} / z_B - a*\sqrt{a^2 - z_B^2} / a$$
$$= a^2*\sqrt{a^2 - z_B^2} / (a*z_B) - a*z_B*\sqrt{a^2 - z_B^2} / (a*z_B)$$
$$a*x_B*z_B = a^2*\sqrt{a^2 - z_B^2} - a*z_B*\sqrt{a^2 - z_B^2}$$
$$a*x_B*z_B = a*\sqrt{a^2 - z_B^2} * (a - z_B)$$
$$x_B*z_B = (a^2 - z_B^2) * (a - z_B)^2$$
$$= (a^2 - z_B^2) *(a^2 - 2*a*z_B + z_B^2)$$
$$= a^4 - 2*a^3*z_B + a^2*z_B^2 - a^2*z_B^2 + 2*a*z_B^3 - z_B^4$$
$$= a^4 - 2*a^3*z_B + 2*a*z_B^3 - z_B^4 \quad \text{zodat}$$
$$\mathbf{x_B^2 = (a^4 - 2*a^3*z_B + 2*a*z_B^3 - z_B^4) / z_B^2}$$