

ZONNEWIJZERS

Hoofdstuk 7. De berekening van de declinatie en van de tijdvereffening.

Inhoud:

Berekenen van het dagnummer dn	blz. 7.1
Declinatie berekenen met behulp van bolgoniometrie	blz. 7.1
Declinatie en tijdvereffening met methode van internet	blz. 7.2
Formules van dhr. F. de Vries	blz. 7.3
Vergelijking van de uitkomsten	blz. 7.4

De declinatie en de tijdvereffening zijn allebei afhankelijk van de datum. Het is dus zaak een formule te vinden die de relatie aangeeft tussen de datum en het betreffende dagnummer.

In "Een uniforme methode om vlakke zonnepijlers te berekenen" van dhr. de Vries staat op bladzijde 8 bij "Datumlijnen" een prima te gebruiken formule om het dagnummer te vinden bij gegeven maandnummer (mnd) en dagnummer van die maand (dag).

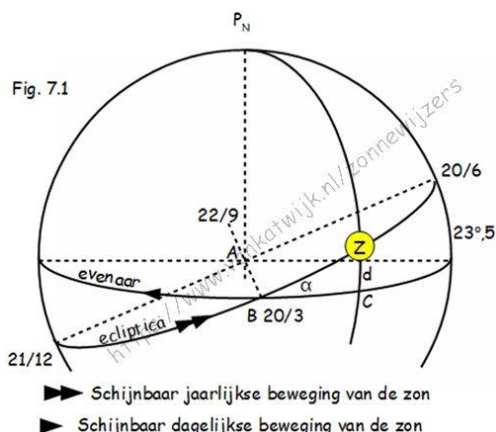
Berekenen van het dagnummer dn :

$$p = \text{int}((\text{mnd} + 9) / 12)$$
$$q = \text{int}(275 * \text{mnd} / 9) - 2 * p + \text{dag} - 30$$

als schrikkeljaar $dn = q + p$ anders $dn = q$

Declinatie berekenen met behulp van bolgoniometrie

Als bekend is wanneer de declinatie van de zon van zuid naar noord verandert (in het punt Ram), dan is de declinatie, voor zonnepijlers nauwkeurig genoeg, voor een bepaalde datum te berekenen. Hoewel de datum van het passeren van punt Ram een dag kan verschillen ga ik voor het gemak uit van 21 maart. Een jaar duurt afgerond 365 dagen.



- ▶▶ Schijnbaar jaarlijkse beweging van de zon
- ▶ Schijnbaar dagelijkse beweging van de zon

De maximale declinatie is ongeveer $23,5^\circ$. De zon doorloopt in een jaar de ecliptica. Gerekend vanaf 21 mrt. heeft de zon in de tekening de baan BZ afgelegd. Stel dat dit de situatie is x dagen na 21 mrt, dan is de afgelegde boog $BZ = (x/365) * 360^\circ$. In boldriehoek BCZ is hoek BCZ = 90° , hoek CBZ = $23,5^\circ$ en boog CZ is de declinatie. Volgens de regel van Neper uit de bolgoniometrie (zie Hoofdstuk 1) is in de rechthoekige boldriehoek BCZ: $\sin(d) = \sin(23,5^\circ) * \sin(x * 360 / 365)$

ZONNEWIJZERS

Of nauwkeuriger: $\sin(d) = \sin(23.43746^\circ) \cdot \sin(x \cdot 360/365.2422)$

Beide formules geven voor het maken van een zonnwijzer een acceptabele schatting van de declinatie (zie bladzijde 4) waarmee de datumlijnen te tekenen zijn.

Declinatie en tijdvereffening met methode van internet

Ook op internet is een methode te vinden waarmee de declinatie, maar ook de tijdvereffening kan worden berekend. De betreffende site is:

<https://equation-of-time.info/calculating-the-equation-of-time>

SIMPLE METHOD

This method is adapted from the Astronomical Almanac and is accurate to +/- 6 seconds between 1950 and 2050

Calculating the Equation of Time (and the Right Ascension & Declination of the Sun)

Days are counted from Epoch 2000 (12^{hrs} UT 1st Jan 2000). This gives results +/- 6 seconds between 1950 & 2050

In formulae marked ⊗, if the result falls outside the range 0° to 360°, bring the result into that range by adding or subtracting multiples of 360°; or using (e.g.) the Excel MOD function

Date / Time to be calculated		= Year, Month, Day, Hour, Time Zone (+ve East of Greenwich)
	x1	= (367 × Year) - 730 531.5
	x2	= int(7 × int(Year + (Month-9)/12)) / 4
	x3	= int(275 × Month / 9) + Day
Days since Epoch	D ^{days}	= x1 + x2 + x3 + (Hour-Time Zone / 24)
Obliquity	η°	= 23.439° - 0.000 000 4° × D ^{days}
	η ^{rad}	= $\frac{\pi}{180} \times \eta^\circ$
Mean Anomaly	⊗ M°	= 357.528° + 0.985 600 3° × D ^{days}
	M ^{rad}	= $\frac{\pi}{180} \times M^\circ$
Mean Equatorial Longitude	⊗ γ°	= 280.460° + 0.985 647 4° × D ^{days}
Solar Ecliptic Longitude	⊗ λ°	= γ° + 1.915° × sin(M ^{rad}) + 0.020° × sin(2 × M ^{rad})
	λ ^{rad}	= $\frac{\pi}{180} \times \lambda^\circ$
Solar Right Ascension	⊗ α ^{rad}	= tan ⁻¹ ($\frac{\sin(\lambda^{\text{rad}}) \times \cos(\eta^{\text{rad}})}{\cos(\lambda^{\text{rad}})}$) <small>if available, use atan2 function to obtain correct quadrant, but note Excel uses atan2(x,y) while most other programs use atan2(y,x)</small>
	⊗ α°	= α ^{rad} × $\frac{180}{\pi}$
	α ^{hours}	= α° ÷ 15 <small>for reference : not needed in this calculation</small>
Solar Declination	δ ^{rad}	= sin ⁻¹ (sin(λ ^{rad}) × sin(η ^{rad})) <small>for reference : not needed in this calculation</small>
	δ°	= δ ^{rad} × $\frac{180}{\pi}$ <small>for reference : not needed in this calculation</small>
Equation of Time	EoT°	= γ° - α° <small>if EoT° < 100 then add 360° to EoT°</small>
	EoT ^{mins}	= 4 × EoT°

De formule voor het aantal dagen sinds 1 januari 2000 lijkt niet te kloppen. Het aantal dagen tot 1 januari 2021 is 7671, tot 1 januari 2022 8036 enz. Door hier het dagnummer (dn) van het lopende jaar, berekend met het algoritme op bladzijde 1 bij op te tellen en

ZONNEWIJZERS

in bovenstaande als D^{days} te gebruiken wordt de declinatie en de tijdvereffening (EoT) nauwkeurig berekend.

In onderstaande tabel zijn de tijdvereffening en de declinatie op deze wijze berekend.

Dagen na	1-1-2021		1-8-2020		3-4-2021	
1-1-2000	7671		7518		7398	
eta =	23,435932	0,409034	23,43599	0,409035	23,43604	0,409036
M =	7918,0679		7767,271		7648,999	
	358,0679	6,249464	207,2711	3,617562	88,99902	1,553326
gamma =	7841,3612	281,3612	7690,557	130,5572	7572,279	12,27947
	281,36121	4,910679	130,5572	2,278652	12,27947	0,214317
lambda =	281,29529	4,909529	129,696	2,263622	14,19487	0,247747
alfa =	-1,3564478	1,785145	2,306221	5,447813	0,22804	3,369633
	-77,718734	102,2813	132,1367	312,1367	13,06574	193,0657
decl =	-0,400653	-22,9557	0,311017	17,81994	0,097686	5,596977
EoT =	359,07994	1436,32	-1,57956	-6,31823	-0,78627	-3,14509
	-0,9200606	-3,68024	-361,58	-1446,32	-360,786	-1443,15

Een andere mogelijkheid is het gebruik van **de formules van dhr. F. de Vries** (zie bladzijde 12 van "Een uniforme methode om vlakke zonnwijzers te berekenen")

$L = \text{DAGNR} \cdot 360 / 365.2422 - 80.412001 \text{ GRADEN}$
 $\text{TIJDVEREFFENING} = -109.2587 \cdot \text{SIN}(L) - 428.0240 \cdot \text{COS}(L)$
 $\quad + 595.9691 \cdot \text{SIN}(2L) - 2.1295 \cdot \text{COS}(2L)$
 $\quad + 4.5072 \cdot \text{SIN}(3L) + 19.2449 \cdot \text{COS}(3L)$
 $\quad - 12.7291 \cdot \text{SIN}(4L) \text{ SECONDEN (in tijd)}$
 $\text{LAMBDA} = L + 0.4365 \cdot \text{SIN}(L) + 1.8636 \cdot \text{COS}(L)$
 $\quad - 0.0179 \cdot \text{SIN}(2L) + 0.0089 \cdot \text{COS}(2L) \text{ GRADEN}$
 $\text{EPSILON} = 23.43746 \text{ GRADEN}$
 $\text{DECLINATIE} = \text{ARCSIN}(\text{SIN LAMBDA} \cdot \text{SIN EPSILON}) \text{ GRADEN}$

ZONNEWIJZERS

Dagen na	1-1-2021		1-8-2020		3-4-2021	
0 januari	1		214		93	
L =	-1,3862514	-79,4264	2,277943	130,5165	0,196405	11,2532
TV =	-199,00902	-3,31682	-378,502	-6,30836	-205,453	-3,42422
1e TV =		-3,68024		-6,31823		-3,14509
Vershil=		0,363425		0,009866		0,279131
		minuten		minuten		minuten
Lambda=	-1,3878041	-79,5153	2,262888	129,6539	0,229817	13,16752
Epsilon=	0,4090608	23,43746	0,409061	23,43746	0,409061	23,43746
Decl =	-0,401834	-23,0234	0,311231	17,83225	0,090731	5,198502

Een derde mogelijkheid om de declinatie te berekenen zoals op bladzijde 1 vermeld:
(cos regel) $\sin(d) = \sin(23,5^\circ) * \sin(x * 360 / 365)$

Berekening declinatie met de cosinus regel						
	-0,3989181	-22,8563	0,300043	17,19122	0,095315	5,461136

Vergelijking van de uitkomsten

Samengevat, afgerond op twee decimalen:

	Declinatie in graden		
	1-1-2021	1-8-2020	3-4-2021
Internet	-22,96	17,82	5,60
de Vries	-23,02	17,83	5,20
Cos regel	-22,86	17,19	5,46
Tijdvereffening in minuten			
Internet	-3,68	-6,32	-3,15
de Vries	-3,32	-6,31	-3,42

Hieraan is duidelijk te zien dat, voor het maken van een zonnwijzer op een niet te groot formaat, het nauwelijks verschil maakt welke methode gebruikt wordt. Mijn voorkeur gaat uit naar de methode van de heer de Vries omdat deze vrij eenvoudig te programmeren is en, anders dan de cosinusregel, zowel de declinatie als de tijdvereffening als resultaat geeft.

Opmerking / Let op: Deze berekeningen geven de tijdvereffening met een teken zodat geldt: Ware Tijd = Middelbare Tijd + TijdVereffening of $WT = MT + tv$.
(Zelf gebruik ik altijd $MT = WT + tv$ omdat dan de tv opgeteld kan worden bij de aflezing van de zonnwijzer. Dit hoeft natuurlijk geen enkel probleem te zijn).