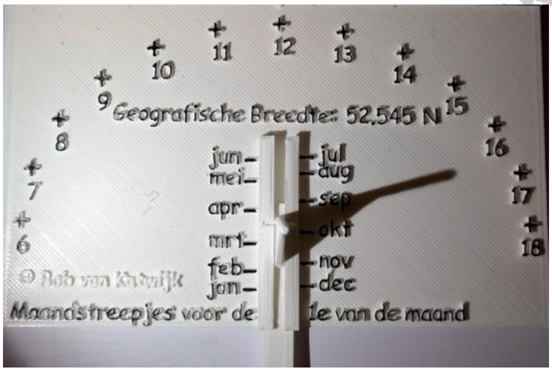
ZONNEWIJZERS

# Hoofdstuk 12 De Analemmatische Zonnewijzer

Inhoud:



## Inleiding




Geprint 3D model van een Analemmatische zonnewijzer voor 52°.545 Noorderbreedte (ook voor elke andere breedte te maken). De sleuf waarin de schaduwgever (dus te verschuiven) staat is Noord-Zuid gericht. Bij grotere versies van deze zonnewijzer is de schaduwgever een persoon die op de centrale as op de juiste datum gaat staan. Bij het ontwerpen kan rekening worden gehouden met het (geografische) lengteverschil.

## Het ontwerp

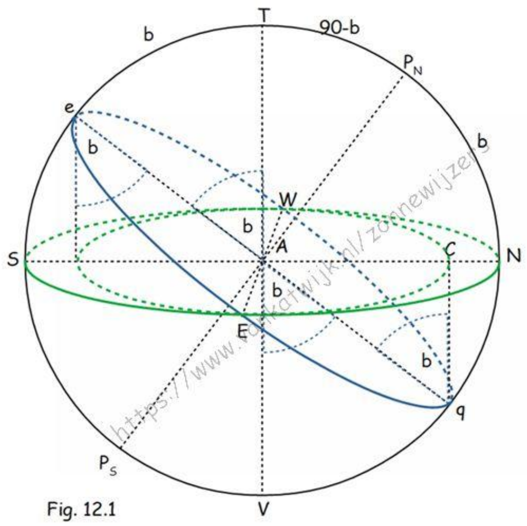



Fig. 12.1

De tijdsaanduidingen bevinden zich op een ellips die ontstaat door het equatorvlak (het blauwe vlak) te projecteren op het horizontale vlak; dit geeft het groene gestreepte vlak. Vergelijk dit met het kijken naar een gekanteld wiel.
In figuur 12.1 is b = breedte van de waarnemer.
De **halve lange as is l** = AE (= straal van de getekende bol). De **halve korte as is**
**AC** = Aq*sin(b) = **l*sin(b)**.

# ZONNEWIJZERS

## Vergelijking van de ellips en de brandpuntsafstand

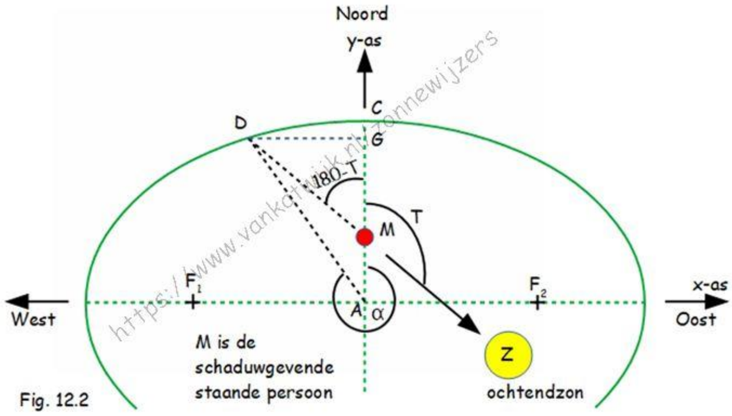


Fig. 12.2

Kies een assenstelsel x y met oorsprong in A.
Een vergelijking van de ellips is dan (alfa rechtsom vanaf AC)
**x(alfa) = $X_D$ = l*sin(alfa)** en
**y(alfa)=$Y_D$= l*sin(b)*cos(alfa)**
F1 en F2 zijn brandpunten
AF = $\sqrt{l^2 - (l\sin(b))^2}$
AF = $\sqrt{l^2 - l^2 * \sin(b)^2}$
AF = $\sqrt{l^2 * (1 - \sin(b)^2}$
**AF =$\sqrt{l^2 * \cos(b)^2}$ = l*cos(b)**

## De plaats van de schaduwgever

In figuur 12.2 geeft de ochtendzon schaduw van de persoon (rode stip M) langs de lijn MD. De vraag is nu waar de persoon moet gaan staan zodat hoek CMD de Ware Peiling aangeeft en hoek alfa een maat is voor de tijd (dus de uurhoek P).

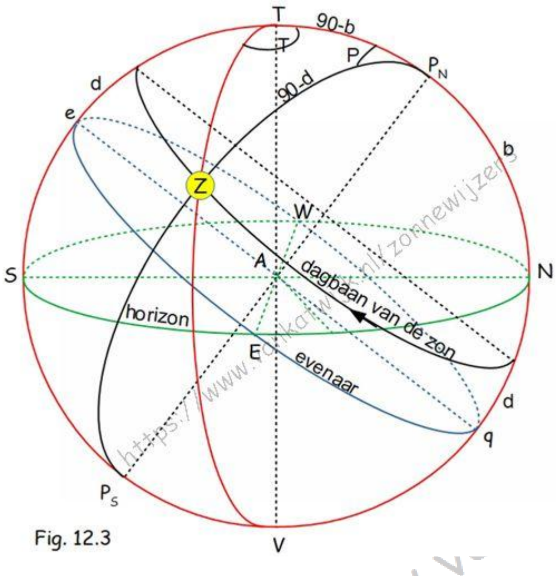


Fig. 12.3

De cotangensregel van de bolgoniometrie (zie hoofdstuk 1) in de boldriehoek $P_N$TZ geeft:
cotan(T)*sin(P) = tan(d)*cos(b) – sin(b)*cos(P)
cotan(T) = (tan(d)*cos(b)–sin(b)*cos(P))/sin(P)
Hierin is P de Oostelijke uurhoek.

In figuur 12.2 is hoek GMD = 180 -T
cotan(GMD) = cotan(180 –T) =
-cotan(T) = $\frac{\text{MG}}{-\text{XD}}$ of MG = $X_D$*cotan(T)

Van blz. 1:
$X_D$ = x(alfa) = l*sin(alfa)
$Y_D$ = y(alfa) = l*sin(b)*cos(alfa)

AM = AG – MG = $Y_D$ - $X_D$ cotan(T) =
= $Y_D$ – l*sin(alfa)*(tan(d)*cos(b) – sin(b)*cos(P))/sin(P)
alfa wordt gerekend vanaf de Noordrichting, de uurhoek P vanaf de Zuidrichting;
bijvoorbeeld: als alfa = 310° (zie figuur 12.2) dan is P = -50°.
Neem daarom alfa = 360° + P of P = alfa - 360°
AM = $Y_D$ – l*~~sin(360°+P)~~*(tan(d)*cos(b) – sin(b)*cos(alfa-360°))/~~sin(P)~~
AM = $Y_D$ – l*tan(d)*cos(b) + l*sin(b)*cos(alfa) = $Y_D$ + l*tan(d)*cos(b) – $Y_D$
**AM= l*tan(d)*cos(b)**

Merk op dat de vergelijking van de ellips nu gegeven kan worden door:

X(P) = l*sin(P) en Y(P) = l*sin(b)*cos(P)

### De hoek Middelpunt-Brandpunt-Persoon

Uit voorgaande volgt dat tan(AFM) = $\frac{AM}{AF} = \frac{l*\tan(d)*\cos(b)}{l*\cos(b)}$ = tan(d), d.w.z.
**vanuit brandpunt F wordt het lijnstuk AM gezien onder een hoek gelijk aan de declinatie.**
**De afstand AD, van A tot de uurpunten volgt uit wortel (X^2 + Y^2)**

### Bij welke persoonslengte komt de schaduw nog op de uurcijfers?

Om de schaduw van de persoon ook in de zomer (nog net) bij de uurcijfers op de ellips te krijgen wordt in onderstaande een formule afgeleid waarmee de lengte van de assen in dat geval kan worden berekend.

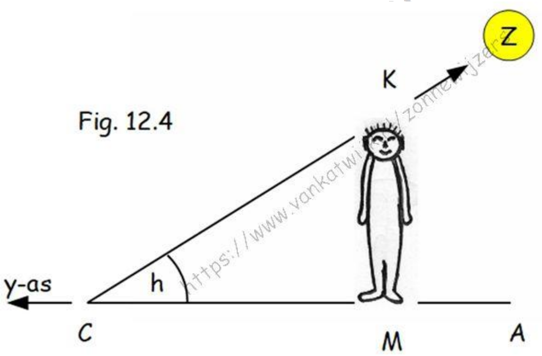


Fig. 12.4

Figuur 12.4 geldt voor de (ware) middag, dus P = 0.
A is weer de oorsprong van het assenstelsel.
De richting van A naar C is de y-as naar het noorden.
AM = l*tan(d)*cos(b).
MK is de lengte van de persoon.
AC = Y(P) = l*sin(b)*cos(P), zodat

Op de ware middag als P = 0 geldt: **AC = l*sin(b)**. Van bladzijde 2: **AM= l*tan(d)*cos(b)**
h is de hoogte van de zon boven de horizon.

tan(h) = $\frac{MK}{MC}$, zodat MC = $\frac{MK}{\tan(h)}$

AC = AM + MC of l*sin(b) = l*tan(d)*cos(b) + $\frac{MK}{\tan(h)}$

Voor de hoogte van een hemellichaam geldt:
sin(h) = sin(b)*sin(d) + cos(b)*cos(d)*cos(P) (zie hoofdstuk 1).
Op de middag is P = 0, zodat hier geldt: sin(h) = sin(b)*sin(d) + cos(b)*cos(d) = cos(b - d).

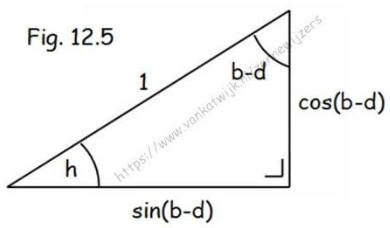


Fig. 12.5

Uit sin(h) = cos(b – d) volgt tan(h) = $\frac{\cos(b-d)}{\sin(b-d)}$ zodat

l*sin(b) = AC = l*tan(d)*cos(b) + $\frac{MK*\sin(b-d)}{\cos(b-d)}$

l*sin(b) – l*tan(d)*cos(b) = $\frac{MK*\sin(b-d)}{\cos(b-d)}$

l*(sin(b) – $\frac{\sin(d)}{\cos(d)}$*cos(b)) = $\frac{MK*\sin(b-d)}{\cos(b-d)}$

$$\frac{l*(\sin(b)*\cos(d)-\sin(d)*\cos(b))}{\cos(d)} = \frac{MK*\sin(b-d)}{\cos(b-d)}$$

$\frac{l*\cancel{\sin(b-d)}}{\cos(d)} = \frac{MK*\cancel{\sin(b-d)}}{\cos(b-d)}$ zodat **l** = $\frac{\mathbf{cos(d)}}{\mathbf{cos(b-d)}}$***MK**

B.v. op een b = 52° N, bij een persoonslengte MK = 1,80 m en declinatie = 23°,5 (21 juni) zou de halve lange as 1,88 m en de halve korte as (AC = l*sin(b)) 1,48 m moeten zijn.

### Waar valt het einde van de schaduw bij gegeven b, d en P?

Op elke willekeurige datum en tijd kan de plaats van het **einde van de schaduw** eenvoudig worden **gevonden door vanuit M** met AM = l*tan(d)*cos(b) tegengesteld aan de richting van de zon (WP + of - 180°; zie onderstaande formule) een

afstand MD = $\frac{MK}{\tan(h)}$ (MK is de persoonslengte en de zonshoogte h te berekenen met onderstaande formule) **af te zetten**.

**sin(h)** = sin(b)*sin(d) + cos(b)*cos(d)*cos(P) (zie Hoofdstuk 1)

**cos(T)** = (sin(d) – sin(b)*sin(h)) / (cos(b)*cos(h)) (zie Hoofdstuk 1)

Dit levert een hoek T tussen 0 en 180 graden. Om de Ware Peiling te vinden geldt: WP = T als 180 <= P < 360 en WP = 360 –T als 0 <= P < 180

### Samenvatting:

Ga uit van middelpunt A van een ellips met halve lange as = l en halve korte as = l*sin(b). Zet vanuit A, vanaf de richting Noord, hoeken van 15° naar links en naar rechts af; markeer de snijpunten met de ellips. Dit is hetzelfde als het markeren van de punten:

**X(P) = l*sin(P) en Y(P) = l*sin(b)*cos(P)**.

Zet vanaf A langs de korte as datumpunten op: **AM = l*tan(d)*cos(b)**.

De maximale halve lange as om op 21/6 bij een bepaalde lichaamse lengte de tijd af te kunnen lezen is:

**l** = $\frac{\mathbf{cos(23{,}5^{o})}}{\mathbf{cos(b-23{,}5^{o})}}$ *** persoonslengte**

De tekening op de volgende bladzijde is gemaakt met het zonnewijzerprogramma met breedte = 52° lengte = 5° en standaardlengte = 15°. Er dus rekening gehouden met (geografische) lengte in tijd


https://www.vankatwijk.nl/zonnewijzers

# ZONNEWIJZERS