

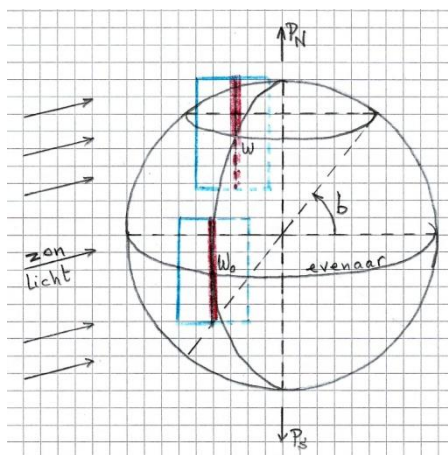
## De polaire zonnwijzer

blz. 1

Voor afleidingen van formules voor diverse andere zonnwijzers zie: <http://www.vankatwijk.nl/zonnwijzers>

Een polaire zonnwijzer is er in verschillende uitvoeringen. Kenmerkend is een schaduwvlak dat evenwijdig is aan de aardas.

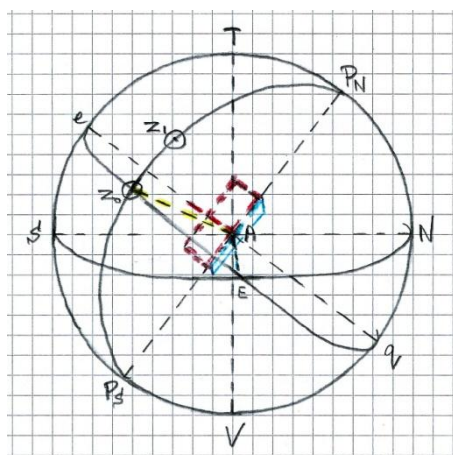
In onderstaande komen aan bod de polaire zuid zonnwijzer, de polaire oost zonnwijzer met verwijzingen naar de polaire west zonnwijzer en de tussenvormen. Bij deze zonnwijzers gaat het alleen om de aanwijzing van (ware zonne-)uren. Als laatste worden de formules van de polaire zonnwijzer met gnomon afgeleid. Bij deze zonnwijzer kan ook de datum worden afgelezen. Een variant is de polaire zuid zonnwijzer met opening in het schaduwgevende vlak waardoor ook de datum kan worden afgelezen.



In de figuur van de aarde is  $b$  de geografische breedte van de plaats waar de zonnwijzer geplaatst gaat worden ( $W$ ). Het blauw omrande vlak is het projectie- of schaduwvlak evenwijdig aan de aardas. Het rode vlak is het schaduw gevende vlak in Noord-Zuid-richting, loodrecht op het blauwe vlak. Merk op dat het schaduwvlak niet Oost-West gericht is (hoeft te zijn; dat is het wel bij de polaire zuid zonnwijzer). Zoals te zien is, is de positie van de zonnwijzer ten opzichte van de richting van het zonlicht onafhankelijk van de breedte waarop de

zonnwijzer zich bevindt. Dat wil zeggen dat de constructie van de zonnwijzer op een willekeurige breedte  $b$  gelijk is aan die op de evenaar.

De meest eenvoudige is de **polaire zuid zonnwijzer**. Bij deze zonnwijzer is het (blauwe) schaduwvlak naar het zuiden gericht, dat wil zeggen dat dit vlak zowel evenwijdig is aan de aardas als aan de Oost-West-lijn, dus samenvalt met vlak  $P_N E P_S$ .



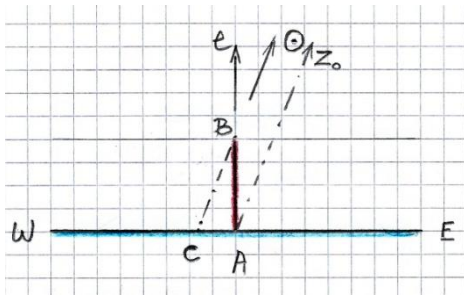
In de tekening van de hemelsfeer (sfeerfiguur) is vlak  $eEq$  het equatorvlak,  $P_N$  de hemelnoordpool,  $T$  de top of zenith (recht boven ons hoofd), vlak  $NES$  het horizontale vlak,  $N$  het noordpunt op de horizon,  $eT = NP_N =$  de breedte van de waarnemer / zonnwijzer.

$Z_0$  is de zon met een declinatie  $= d = 0$

$Z_1$  is de zon met een willekeurige declinatie  $d$ .

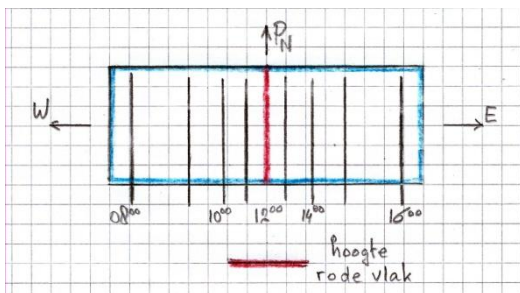
Hoek  $eAZ_0$  is de oostelijke uurhoek van de zon (zowel voor  $Z_0$  als voor  $Z_1$ ). Dit is een maat voor de ware zonnetijd. B.v. om 08.00 uur ware tijd is deze hoek  $(12-8) \cdot 15^\circ = 60^\circ$ .

(Bedenk hiervoor dat in één aardrotatie, een dag of 24 uur, overeenkomt met  $360^\circ$ ).



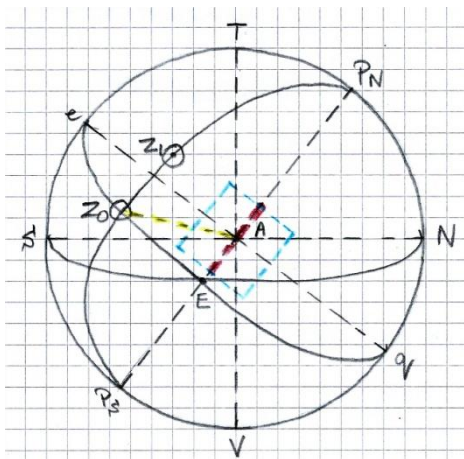
Kijkend vanaf  $P_S$  naar  $P_N$  in het blauwe schaduwvlak zie je de rode schaduwgever AB. De schaduw van B valt op C. Te zien is dat hoek  $ABC =$  hoek  $eAZ_0 =$  de oostelijke uurhoek.  $\tan(ABC) = \tan(eAZ_0) = AC/AB$ , zodat de afstand van de schaduwlijn vanaf A gelijk is aan  $AC = AB \cdot \tan(eAZ_0)$ , of met (oost)uurhoek = P

**$AC = AB \cdot \tan(P)$ .**

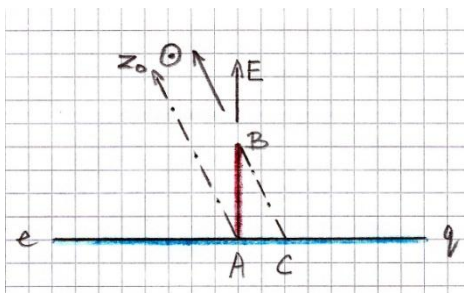


Het blauwe vlak van deze polaire zuid zonnwijzer maakt een helling gelijk aan de geografische breedte met het horizontale vlak. Het blauwe vlak wijst, net als de bovenrand van het schaduwgevende rode vlak naar naar  $P_N$ , is dus evenwijdig aan de aardas.

Het principe van de polaire oost (of west) zonnwijzer is gelijk aan bovenstaande.

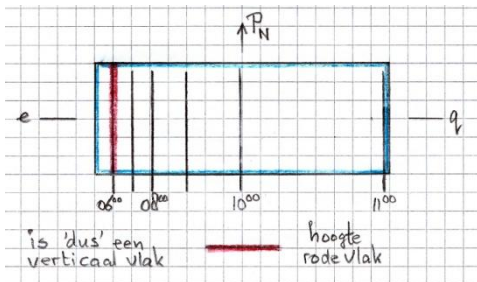


In het geval van de **polaire oost zonnwijzer** ligt het blauwe schaduwvlak in het vlak STNV, gericht naar het oosten en het rode schaduwgevende vlak in het vlak  $P_NEP_S$ . De ochtendzon zal in dat geval maar kort (datum afhankelijk) links of ten zuiden van het rode vlak schaduw geven. Tot op de ware middag (zon in boog  $P_NTS$ ) zal de schaduw rechts of ten noorden van het rode vlak vallen. Hoek  $eAZ_0$  is weer de oostelijke uurhoek van de zon. De schaduwgevende hoek  $EA Z_0$  is  $90^\circ -$  hoek  $eA Z_0$ . B.v. om 08.00 uur ware tijd is deze hoek  $90^\circ - (12-8) \cdot 15^\circ = 30^\circ$ ; om 11.00 uur ware tijd is deze hoek  $90^\circ - (12-11) \cdot 15^\circ = 75^\circ$ .



Kijkend vanaf  $P_S$  naar  $P_N$  in het blauwe schaduwvlak zie je de rode schaduwgever AB. De schaduw van B valt op C. Te zien is dat hoek  $ABC =$  hoek  $EAZ_0 = 90^\circ -$  de oostelijke uurhoek.  $\tan(ABC) = \tan(EAZ_0) = AC/AB$ , zodat de afstand van de schaduwlijn vanaf A gelijk is aan  $AC = AB \cdot \tan(EAZ_0)$ , of, met oostelijke uurhoek = P

**$AC = AB \cdot \tan(90^\circ - P)$ .**

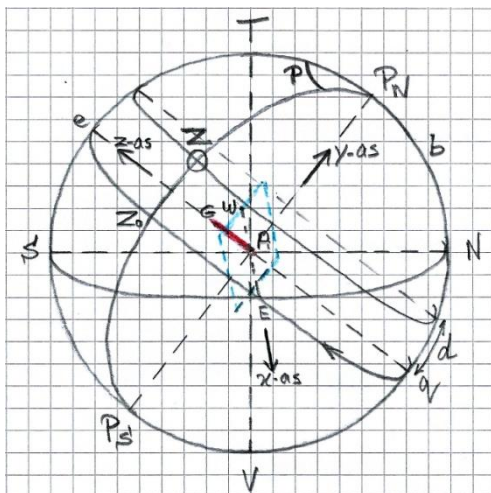


Het blauwe vlak van deze polaire oost zonnwijzer valt samen met het verticale vlak  $STP_NN$ . De bovenrand van het schaduwgevend rode vlak wijst naar  $P_N$ , maakt dus een hoek gelijk aan de geografische breedte met het horizontale vlak en is dus evenwijdig aan de aardas.

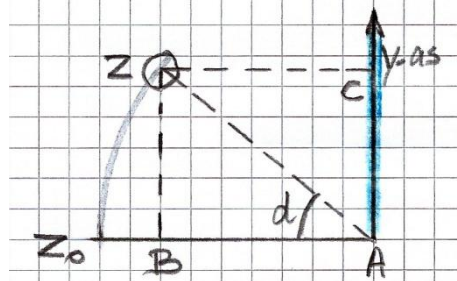
Het zal duidelijk zijn dat de **polaire west zonnwijzer** een links-rechts gespiegeld beeld heeft ten opzichte van de polaire oost zonnwijzer (met vermelding van de middaguren). Elke denkbare tussenvorm is mogelijk zolang het blauwe vlak ten opzichte van bovenstaande zonnwijzers om de aardas gerooteerd is.

**De polaire zonnwijzer met gnomon.**

Kies een assenstelsel met de x-as vanaf A (aarde) naar het oosten (E), de y-as samenvallende met de aardas  $P_NP_S$  en de z-as in het equatorvlak loodrecht op het xy-vlak

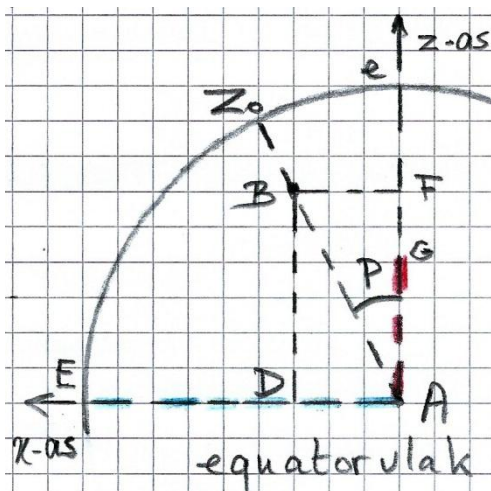


In de tekening van de hemelsfeer is het blauwe vlak het zuid gerichte schaduwvlak, evenwijdig aan de oost-west lijn (EW) en de aardas  $P_NP_S$ . De rode lijn AG is de schaduwgevend gnomon (dus loodrecht op het blauwe vlak).



Hiernaast is een deel van het vlak  $P_NZP_S$ . d is de declinatie van de zon

Neem de straal van de hemelsfeer=1, dan blijkt uit de rechtse figuur  $AC=Y_{zon}=Y_z=\sin(d)$ . Zo is (in het equatorvlak)  $AB = \cos(d)$ .

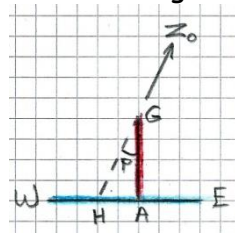


Hiernaast is een deel van het equatorvlak gezien vanaf  $P_N$  getekend. De hoek tussen vlak  $P_NZP_S$  en  $P_NSP_S$  is de oostelijke uurhoek P.

$AD=AB \cdot \sin(P) = X_{zon} = X_{az} = \cos(d) \sin(P)$

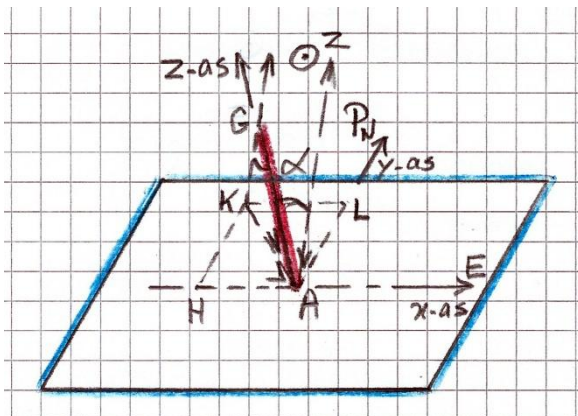
$AF=AB \cdot \cos(P) = Z_{zon} = Z_{az} = \cos(d) \cos(P)$

Hierboven al gevonden:  $AC=Y_{zon}=Y_{az}=\sin(d)$ .



In het equatorvlak, nu gezien vanaf  $P_S$  (oost zie je nu rechts), is

$AH = AG \tan(P)$ .

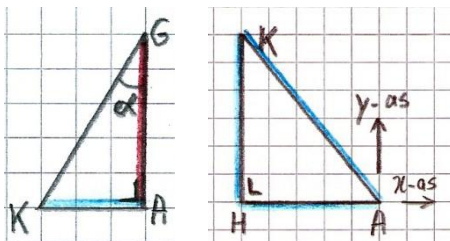


Vanuit het zuiden kijkend op de zonnwijzer zie je op het blauwe vlak de schaduw AK van de gnomon AG. Hoek alfa = Hoek AGK = Hoek GAZ, dit is de hoek tussen de vectoren AG en AZ. De lengtes van AZ en AG zijn (omdat zo gekozen) beide 1. Hoek alfa is nu te bepalen met het inwendig product.

$$X_{az} = \cos(d)\sin(P), \quad Y_{az} = \sin(d), \quad Z_{az} = \cos(d)\cos(P) \quad (\text{zie blz. 3})$$

$$X_{ag} = 0, \quad Y_{ag} = 0, \quad Z_{ag} = 1 \quad (\text{zie tekening})$$

Hiermee:  $\cos(\alpha) = \cos(d)\cos(P)$



$$\tan(\alpha) = \frac{\sqrt{1 - \cos^2(d)\cos^2(P)}}{\cos(d)\cos(P)}$$

$$AK = AG \cdot \frac{\sqrt{1 - \cos^2(d)\cos^2(P)}}{\cos(d)\cos(P)}$$

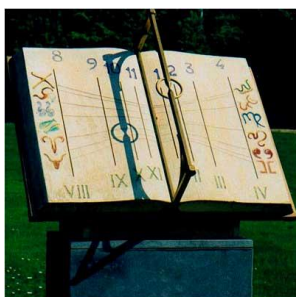
$$AH = X_{\text{schaduw}} = AG \tan(P) \quad (\text{zie onderaan blz. 3})$$

$$HK = \sqrt{AG^2(1 - \cos^2(d)\cos^2(P)) - AG^2 \tan^2(P)}$$

$$HK^2 = AK^2 - AH^2 = AG^2 \frac{1 - \cos^2(d)\cos^2(P) - \sin^2(P)\cos^2(d)}{\cos^2(d)\cos^2(P)} = AG^2 \frac{1 - \cos^2(d)(\cos^2(P) + \sin^2(P))}{\cos^2(d)\cos^2(P)} = AG^2 \frac{1 - \cos^2(d)}{\cos^2(d)\cos^2(P)} = AG^2 \frac{\sin^2(d)}{\cos^2(d)\cos^2(P)} = AG^2 \frac{\tan^2(d)}{\cos^2(P)}$$

$$HK = Y_{\text{schaduw}} = AG \tan(d) / \cos(P)$$

$$AH = X_{\text{schaduw}} = AG \tan(P)$$



Het boek van de tijd in Genk is een voorbeeld van een polaire zuid zonnwijzer gecombineerd met een polaire zonnwijzer met gnomon (de opening in het schaduwgevende vlak. De foto is overgenomen van <http://www.wijzerweb.be> (Foto (2000) Annemie America, Stad Hasselt)