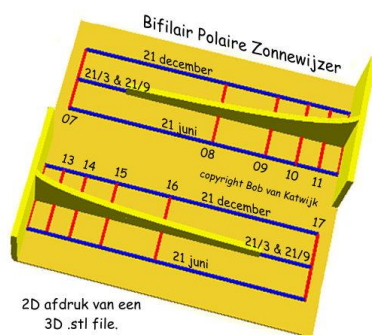


Voor afleidingen van formules voor diverse andere zonnwijzers zie:

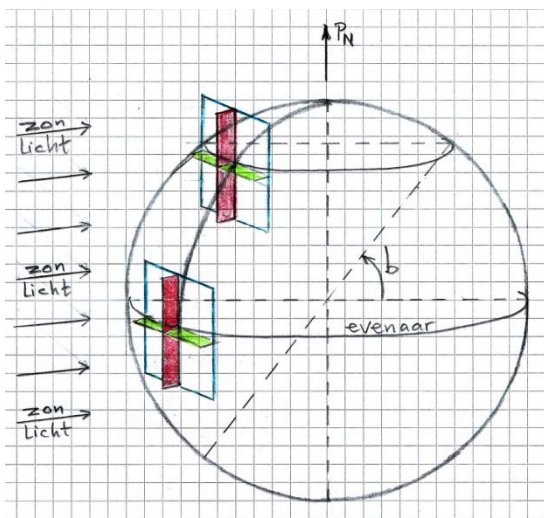
<http://www.vankatwijk.nl/zonnwijzers>

De bifilaire zonnwijzer heeft twee schaduwvlakken of lijnen. Één lijn is Noord-Zuid gericht, de andere Oost-West. De oorspronkelijke bifilaire zonnwijzer, uitgevonden door Hugo Michnik, heeft een horizontaal vlak waarop de tijd en datum zijn af te lezen.

Bij de bifilaire polaire zonnwijzer zijn tijd en datum af te lezen op een vlak dat evenwijdig is aan de aardas en aan de Oost-West-richting. Het bijzondere aan deze zonnwijzer is dat zowel de uurlijnen als de datumlijnen rechte lijnen zijn.



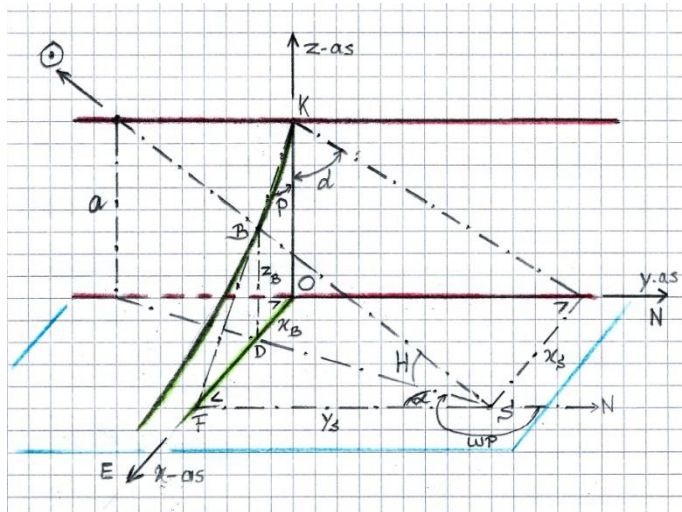
Deze bifilaire polaire zonnwijzer is gemaakt in OpenSCAD en kan (nu nog zonder de teksten) afgedrukt worden met een 3D printer.



In de figuur is b de geografische breedte van de plaats waar de zonnwijzer geplaatst gaat worden. Het blauw omrande vlak is het projectievlak evenwijdig aan de aardas en de Oost-West-richting. Het rode vlak is een vlak in Noord-Zuid-richting en loodrecht op het blauwe vlak. Het groene vlak is een vlak in Oost-West-richting en loodrecht op het blauwe vlak. Zoals te zien is, is de positie van de zonnwijzer ten opzichte van de richting van het zonlicht onafhankelijk van de breedte waarop de zonnwijzer zich bevindt.

Dat wil zeggen dat de constructie van de zonnwijzer op een willekeurige breedte b gelijk is aan die op de evenaar.

Op de evenaar valt het blauwe projectievlak samen met het horizontale vlak. Kies de oorsprong van een assenstelsel in het blauwe vlak op de snijlijn van het groene en het rode vlak. De x-as ligt in het groene vlak, positief naar het oosten. De y-as ligt in het rode vlak, positief naar het noorden. De z-as staat loodrecht op het blauwe vlak (rechtsdraaiend assenstelsel).



De hoek die het meridiaanvlak van de zonnwijzer (is ook het rode vlak) maakt met de uurcirkel ("meridiaan") over de zon is de Local Hour Angle of Uurhoek P. De bovenrand (eventueel Noord-Zuid-draad) van het rode vlak is een rechte lijn. De hoogte van de bovenrand van dit rode vlak is a. S is het punt waar tijd en datum zijn af te lezen.

In de figuur is te zien dat de schaduwlijn van het rode vlak een rechte lijn is langs de lijn FS. In de figuur is $\tan(P) = OF/OK = X_s/a$. Hieruit $X_s = a \tan(P)$. De uurlijnen van deze zonnwijzer zijn dus altijd Noord-Zuid lopende rechte lijnen.

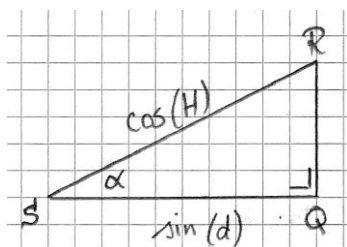
Voor een herleiding van Ware Zonnetijd naar Middel Europese Tijd zie de Bijlage Bolgonio en Astro op deze website.

De vraag is nu wat voor vorm het groene Oost-West vlak moet hebben zodat ook de datumlijnen rechte lijnen worden. Zoals X_s afhankelijk is van de uurhoek P kunnen we Y_s afhankelijk maken van de declinatie d. Als voor elke uurhoek geldt dat $Y_s = a \tan(d)$ dan zijn de datumlijnen rechte lijnen. De formules voor de X en Z van punt B worden als volgt bepaald. $X_b = OD = OF - FD = X_s - FD$.

In de figuur is $\tan(a) = FD/FS = FD/Y_s$; hieruit: $FD = Y_s \tan(a)$ en $X_b = X_s - Y_s \tan(a)$. Hiermee: $X_b = a \tan(P) - a \tan(d) \tan(a)$

Op de evenaar, breedte = 0, geldt (Zie "Bijlage bolgonio en astro")

$$\sin(H) = \cos(d) \cos(P) \quad \text{en} \quad \cos(a) = \sin(d) / \cos(H) .$$



$$\begin{aligned} QR^2 &= \cos^2(H) - \sin^2(d) = \\ &= 1 - \sin^2(H) - (1 - \cos^2(d)) = \\ &= 1 - \cos^2(d) \cos^2(P) - 1 + \cos^2(d) = \\ &= \cos^2(d) (1 - \cos^2(P)) = \\ &= \cos^2(d) \sin^2(P). \end{aligned}$$

$$QR = \cos(d) \sin(P)$$

Hiermee $\tan(a) = \cos(d) \sin(P) / \sin(d)$

$$X_b = a \tan(P) - a \tan(d) \tan(\alpha) \quad (\text{zie blz. 2})$$

$$X_b = a \tan(P) - a (\sin(d) / \cos(d)) (\cos(d) \sin(P) / \sin(d))$$

$$\boxed{X_b = a \tan(P) - a \sin(P)}$$

$$\tan(P) = OF / OK = OF / a \text{ zodat } OF = a \tan(P)$$

$$\begin{aligned} FD &= OF - OD = a \tan(P) - X_b = \\ &= a \tan(P) - (a \tan(P) - a \sin(P)) = \\ &= a \sin(P) \end{aligned}$$

$$\tan(P) = FD / BD = a \sin(P) / Z_b$$

$$\text{Hiermee: } Z_b = a \sin(P) / \tan(P) =$$

$$\boxed{Z_b = a \cos(P)}$$

Merk op dat hieruit volgt dat $BF = a$.

Samengevat:

Kies een Noord-Zuid draad (of bovenrand van een vlak) op hoogte a ($Z = a$).

Kies een Oost-West draad (of bovenrand van een vlak) met coördinaten

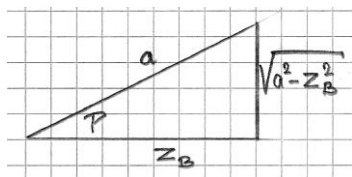
$$X_b = a \tan(P) - a \sin(P) \quad \text{en} \quad Z_b = a \cos(P) \quad (Y_b = 0)$$

De uurlijnen lopen nu evenwijdig aan het N-Z vlak op een afstand $X_s = a \tan(P)$.

De datumlijnen lopen evenwijdig aan het E-W vlak op een afstand $Y_s = a \tan(d)$.

Eventueel kan X_b ook expliciet als functie van Z_b geschreven worden.

$$Z_b = a \cos(P) \text{ zodat } \cos(P) = Z_b / a$$



Uit figuur:

$$\tan(P) = (a^2 - Z_b^2)^{0,5} / Z_b$$

$$\sin(P) = (a^2 - Z_b^2)^{0,5} / a$$

In onderstaande is $X = X_b$ en $Z = Z_b$

$$X = a \tan(P) - a \sin(P) = a (a^2 - Z^2)^{0,5} / Z - a (a^2 - Z^2)^{0,5} / a =$$

$$= a (a^2 - Z^2)^{0,5} (1/Z - 1/a) = a (a^2 - Z^2)^{0,5} ((a - Z) / (a Z)) =$$

$$a X Z = a (a^2 - Z^2)^{0,5} (a - Z)$$

$$X^2 Z^2 = (a^2 - Z^2) (a^2 - 2 a Z + Z^2)$$

$$\boxed{X^2 = (a^4 - 2 a^3 Z + 2 a Z^3 - Z^4) / Z^2}$$