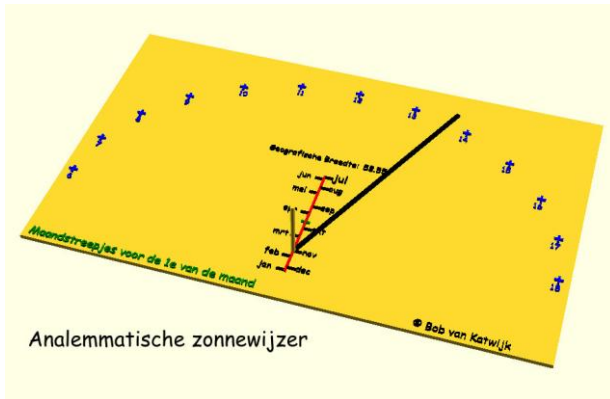
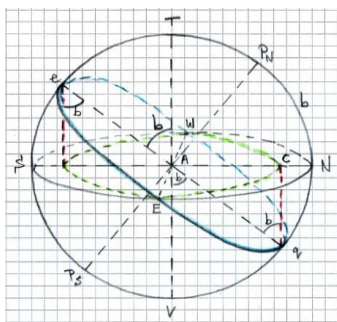


Voor afleidingen van formules voor diverse andere zonnewijzers zie: <http://www.vankatwijk.nl/zonnewijzers>

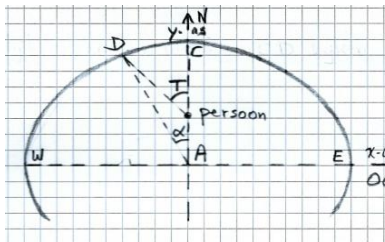


Analematische zonnewijzer

3D model van een Analematische zonnewijzer voor 52°.55 Noorderbreedte (ook voor elke andere breedte te maken). De bovenkant van het model (12.00 uur) is naar het noorden gericht. De schaduw-gever is bij deze zonnewijzer een persoon die op de centrale as op de juiste datum gaat staan. De gesimuleerde schaduwlijn is voor 13.40 uur ware tijd op 1 november. De cijfers op de omtrek geven de tijd aan.

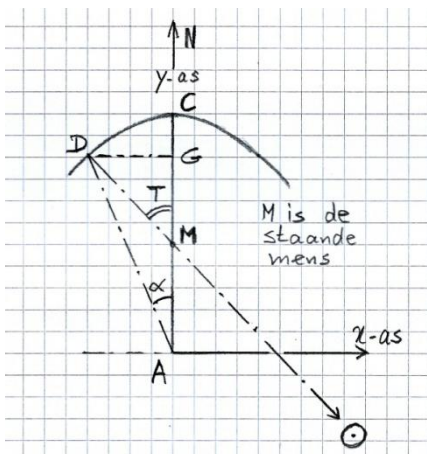


De tijdaanduidingen bevinden zich op een ellips die ontstaat door het equatorvlak (het blauwe vlak) te projecteren op het horizontale vlak; dit geeft het groene vlak. Vergelijk dit met het kijken naar een gekantelde CD. In de figuur is b = breedte van de waarnemer. De halve lange as is $l = AE$ (= straal van de getekende bol). De halve korte as is $AC = Aq \sin(b) = l \sin(b)$.



Kies een assenstelsel $x y$ met oorsprong in A. Een vergelijking van de ellips is dan (alfa rechtsom vanaf AC) $x(\text{alfa}) = l \sin(\text{alfa})$ en $y(\text{alfa}) = l \sin(b) \cos(\text{alfa})$. De afstand AF (F brandpunt) = $\sqrt{l^2 - (l \sin(b))^2} = \sqrt{l^2 (1 - \sin^2(b))} = AF = l \cos(b)$

De vraag is nu waar de persoon moet gaan staan zodat hoek CTD de Ware Peiling aangeeft en hoek alfa een maat is voor de tijd (dus de uurhoek P).

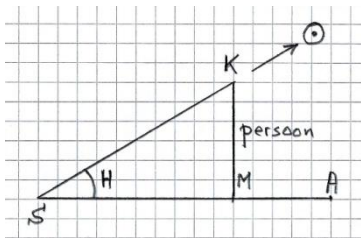


In het volgende is de halve lange as l . Cotangensregel van de bolgoniometrie (zie "Bijlage bolgonio en astro) in de boldriehoek Pool, Top, Zon geeft: $\cotan(T) \sin(P) = \tan(d) \cos(b) - \sin(b) \cos(P)$ Ook is $\cotan(GMD) = MG / (-X_D)$ of $MG = -X_D \cotan(GMD)$ $AM = Y_D - MG = Y_D + X_D \cotan(GMD) = Y_D + l \sin(\text{alfa}) (\tan(d) \cos(b) - \sin(b) \cos(P)) / \sin(P)$ Maak $\text{alfa} = P$, dan $AM = Y_D + l \tan(d) \cos(b) - Y_D$ zodat $AM = l \tan(d) \cos(b)$ Merk op dat de vergelijking van de ellips nu gegeven wordt door $X(P) = l \sin(P)$ en $Y(P) = l \sin(b) \cos(P)$

Voor een herleiding van Ware Zonnetijd naar Middel Europese Tijd zie de Bijlage Bolgonio en Astro op deze website.

De afstand AD, van A tot de uurpunten volgt uit $\sqrt{X^2 + Y^2}$

Om de schaduw van de persoon ook in de zomer (nog net) bij de uurscijfers op de ellips te krijgen wordt in onderstaande een formule afgeleid waarmee de lengte van de halve lange as in dat geval kan worden berekend.



Tekening geldt op de (ware) middag, dus $P = 0$.

A is weer de oorsprong van het assenstelsel.

De richting van A naar S is de y-as naar het noorden.

$AM = l \tan(d) \cos(b)$. MK is de lengte van de persoon.

$AS = Y(P) = l \sin(b) \cos(P)$, zodat met $P = 0$ $AS = l \sin(b)$.

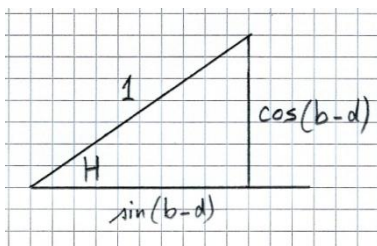
H is de hoogte van de zon boven de horizon.

$\tan(H) = MK/MS$, zodat $MS = MK / \tan(H)$

$AS = AM + MS$ of $l \sin(b) = l \tan(d) \cos(b) + MK / \tan(H)$

Voor de hoogte van een hemellichaam geldt: $\sin(H) = \sin(b) \sin(d) + \cos(b) \cos(d) \cos(P)$
(zie bijlage bolgoniometrie en toepassingen).

Op de middag is $P = 0$, zodat hier geldt: $\sin(H) = \sin(b) \sin(d) + \cos(b) \cos(d) = \cos(b - d)$.



Uit $\sin(H) = \cos(b - d)$ volgt $\tan(H) = \cos(b-d)/\sin(b-d)$

$AS = l \sin(b) = l \tan(d) \cos(b) + MK \sin(b-d)/\cos(b-d)$

$l (\sin(b) - \tan(d) \cos(b)) = MK \sin(b-d)/\cos(b-d)$

$l (\sin(b)\cos(d) - \sin(d)\cos(b))/\cos(d) = MK \sin(b-d)/\cos(b-d)$

$l \sin(b-d)/\cos(d) = MK \sin(b-d)/\cos(b-d)$

zodat $l = \frac{MK \cos(d)}{\cos(b-d)}$

B.v. op een $b = 52^\circ$ N, bij een persoonslengte $MK = 1,80$ m en declinatie $= 23^\circ,5$ (21 juni) zou de halve lange as 1,88 m moeten zijn.

Op elke willekeurige datum en op elke willekeurige tijd kan de plaats van het **einde van de schaduw** eenvoudig worden **gevonden door vanuit M** met $AM = l \tan(d) \cos(b)$ tegengesteld aan de richting van de zon (WP + of - 180° ; zie onderstaande formule) een **afstand $MK / \tan(H)$** (MK is persoonslengte en H berekenen met onderstaande formule) **af te zetten**.

$\sin(H) = \sin(b) \sin(d) + \cos(b) \cos(d) \cos(P)$ (zie "Bijlage bolgonio en astro")

$\cos(T) = (\sin(d) - \sin(b) \sin(H)) / (\cos(b) \cos(H))$; Dit levert een hoek T tussen 0 en 180 graden. Om de Ware Peiling (Azimut of WP in de bovenste figuur op blz. 2) te vinden geldt: $WP = T$ als $180 \leq P < 360$ en $WP = 360 - T$ als $0 \leq P < 180$

Samenvatting:

Ga uit van middelpunt A van een ellips met halve lange as $= l$ en halve korte as $= l \sin(b)$.

Zet vanuit A, vanaf de richting Noord, hoeken van 15° naar links en naar rechts af;

markeer de snijpunten met de ellips. Dit is hetzelfde als het markeren van de punten:

$$X(P) = l \sin(P) \text{ en } Y(P) = l \sin(b) \cos(P).$$

Zet vanaf A in Noordelijke richting datumpunten op: $AM = l \tan(d) \cos(b)$. De max halve lange as om op 21/6 tijd af te lezen is: $l = \text{persoonslengte} \cdot \cos(23,5^\circ) / \cos(b - 23,5^\circ)$